Los fundamentos estratégicos de las trampas de pobreza

Elvio Accinelli[1]
Facultad de Economía, UASLP
San Luis Potosí, México
elvio.accinelli@eco.uaslp.mx

Edgar Sánchez Carrera[2],[3]
Department of Economics, University of Siena
Siena, Italy
sanchezcarre@unisi.it

Resumen

Estudiamos un juego de coordinación donde las acciones de los agentes económicos siguen una conducta de imitación. El líder debe emplear al seguidor y cada uno de ellos decide ser un agente económico ya sea de alto o bajo perfil. El seguidor es de alto perfil económico bajo un cierto costo de entrenamiento (costo de educación). Ambos jugadores pagan un impuesto a la renta. Cuando el resultado del juego es un equilibrio de perfiles bajos o equilibrio ineficiente es, entonces, interpretado como una trampa de pobreza. Así, mostramos que una economía se puede encontrar en un equilibrio de nivel bajo o alto, debido a la decisión tomada por sus agentes en cuanto a sus perfiles, y tal equilibrio es una estrategia evolutivamente estable. Además, mostramos que para superar la trampa de pobreza existe un valor umbral del número de agentes económicos con altos perfiles el cual depende básicamente de los costos de educación, de premisas o bonos y del impuesto a la renta.

[1] Supported by a grant of CONACYT project 46209 and UASLP Secretaría de Posgrado C07-FAI-11-46.82.

[2] I thank to Costas Azariadis and Lionello Punzo for their helpful feedback.

[3] Corresponding Author.

Abstract

We study a coordination game, interpreted as a game between economic agents; leaders and followers. The leader has to hire the follower but neither knows the type of the other player. Each player follows an imitative behavior to pick the successful strategy and then, they can be either high or low type, the follower can decide to be of the high-profile type by incurring some training cost. Both players also have to pay some income tax. Play that is stuck in the low-level or inefficient equilibrium is interpreted as a poverty trap. We found that the economy can be located into a low-level or high-level equilibrium which are evolutionarily stable strategies. Furthermore, we show that to overcome the poverty trap there exists a threshold value of the number of high-profile economic agents which depends mainly of training cost, prizes or bonus to skillful agents and income taxes.

Palabras clave: Juegos evolutivos, complementarios estratégicos, regla de imitación, trampas de pobreza, dinámica de replicador, nivel umbral.

Clasificación JEL: C70, C72, C73, I30, O10, O40.

1. Introducción

En el presente artículo mostraremos que el comportamiento individual basado en la imitación puede llevar a la economía ya sea a una senda de bajo crecimiento, correspondiente a un equilibrio de niveles bajos (trampa de pobreza) o a una senda de alto crecimiento. En muchos casos sólo el equilibrio bajo es asimilable al concepto de evolutivamente estable, ver por ejemplo Accinelli et al (2009). Mostraremos que una economía, cuyos agentes siguen una conducta imitativa, guiada por el objetivo de maximizar sus utilidades en cada período (racionalidad de corto plazo), evolucionará por una senda de alto crecimiento si y solamente si, en un momento determinado, el porcentaje de agentes económicos con un perfil alto (entendiendo acá por agentes con perfil alto a aquellos con intereses en invertir en tecnología o en la superación individual), supera un determinado valor umbral. Este resultado es análogo al encontrado en Accinelli et al (2007), siguiendo un modelo de crecimiento endógeno con capital humano.

El valor umbral depende de los costos de educación, los incentivos (premios, exenciones impositivas, o bonos) dadas a los agentes de altos perfiles. Una reducción de este valor supone una disminución de la cuenca de atracción del equilibrio bajo, y consecuentemente un aumento en las posibilidades de eludir la trampa de pobreza.

En economía el concepto de agentes económicos se refiere a individuos o firmas tomadoras de decisiones, dotados de preferencias según las que eligen sus acciones. Estos agentes tienen expectativas sobre el futuro, las que se forman en base a su conocimiento de la actualidad y a sus creencias, en este proceso toman consciencia de las restricciones actuales de sus acciones y de las posibilidades futuras de las mismas. La idea de agente económico incorpora a las personas, las firmas y otras entidades tal como las ONGs y los gobiernos. Así que la característica esencial de un agente económico no es tanto su forma física sino más bien su posición o estatus como tomador de decisiones, las que repercuten tanto en su propio bienestar como en el social. Las decisiones de los otros agentes limitan o potencian las posibilidades de las acciones elegidas por cada uno. La conducta seguida por los otros será un factor determinante para el desempeño de las acciones estratégicas seguidas por un individuo (o agente económico) dado. La evolución de una sociedad o economía, o en general el desarrollo y solución de un determinado conflicto en definitiva, no es el resultado de la conducta seguida por ningún agente en particular, pero sí lo es, de la acción conjunta de estos agentes la que lo determina. Será, como resultado de la acción conjunta de los agentes económicos, que una economía se posicionará en un equilibrio alto (Pareto superior), o bajo (Pareto inferior), inestable, estable, etc. En este trabajo los agentes elegirán imitando la conducta de otros, y dependiendo de las condiciones iniciales, esta imitación llevará a un resultado deseable socialmente o al estancamiento de la economía.

1.1. Breve discusión del concepto de trampas de pobreza

Introduciremos acá una breve discusión sobre las características de una trampa de pobreza. Entendemos que ella es el resultado de la elección estratégica de individuos racionales que eligen su mejor estrategia en un marco definido por el comportamiento de los demás agentes. En la sección daremos una definición formal de este concepto. Decimos que un equilibrio es de niveles bajos (Pareto inferior-dominado o Pareto ineficiente) como una situación en la cual el desempeño de la economía es pobre en todas sus más relevantes cuentas (PIB per cápita, índice de desarrollo humano, IED, capital humano, I&D, etc.). Pero a tal situación se llega como un resultado conjunto de individuos que maximizan sus preferencias. Es este precisamente nuestro concepto de trampa de pobreza. Se define como una situación auto-reforzada que causa persistente pobreza, y en el que los agentes económicos sufren de un subdesarrollo persistente (ver Azariadis & Stachurski, 2005 y Bowles et al., 2006). Esta situación de bajo desempeño global de la economía, se ve recreada por la elección racional hecha en cada momento, de individuos maximizadores de sus preferencias individuales, conscientes del marco en el que realizan esta elección, los individuos dentro del marco económico de un sistema con bajos perfiles decidirán ser agentes económicos de bajos perfiles, he aquí el auto-reforzamiento de la trampa de pobreza.

En esta dirección, Steven Durlauf (2003) ha enriquecido la noción de trampa de pobreza a través de una dimensión espacial: Introduce la idea de que las acciones elegidas por los agentes socio-económicos dependen de la composición del grupo o grupos a los cuales el agente pertenece y entre los que interactúa a lo largo de su existencia. Así por ejemplo, la decisión de un agente de adquirir una educación con calidad, depende a priori de la existencia de otros miembros educados con calidad pertenecientes al grupo, y de los resultados que estos individuos alcanzan, como función de esta variable. Esta interdependencia de conducta induce "efectos de vecindad", los cuales generan diferentes tipos de grupos que tienen diferentes estados estacionarios (con o sin miembros educados con calidad). Esta interdependencia puede ser inter-temporal afectando futuras interacciones sociales[4].

[4] Durlauf (1996) desarrolló un modelo de incentivos para que grupos de individuos con miembros altamente educados se dispersen en determinadas regiones con el propósito de esparcir su tipo. Las dificultades para obtener esta dispersión pueden explicar las persistentes desigualdades sociales o económicas de diversos tipos entre sociedades, comunidades o regiones.

Es precisamente el concepto de "efectos de vecindad", el que para Durlauf, explica el porqué las trampas de pobreza existen y persisten. Así, una trampa de pobreza se define como una comunidad de agentes económicos en que individuos de bajo perfil, se auto-reproduce, manteniendo a la economía en niveles bajos, como consecuencia de los efectos de vecindad. Es frecuente por ejemplo ver grupos corporativos, donde por ejemplo la corrupción se establece como la forma normal de vida, pues cualquier otra da al individuo perteneciente a la corporación menor utilidad, ya sea referente a sus ingresos o en la consideración del grupo al que pertenece. Paralelamente, Samuel Bowles ha desarrollado la noción de trampas de pobreza institucionales, enfatizando que las fallas de coordinación entre los agentes económicos y la consecuente evolución hacia una trampa de pobreza, son inducidos por la presencia de instituciones ineficientes.

Bowles define a las instituciones como convenciones que rigen normas de conducta individual en la cual los miembros de una población típicamente actúan de manera maximizadora de sus beneficios propios dadas las acciones tomadas por el resto de los miembros, de forma tal que dicho proceso soporta una adherencia continuada a tal convención bajo ciertas normas de conducta (Bowles, 2006:118).

Polterovich (2008) estudia la formación de trampas de pobreza en las instituciones. Tal autor definió una trampa institucional como un estable pero ineficiente equilibrio en un sistema donde los agentes económicos eligen una norma de conducta (conformando una institución) entre varias opciones a elegir. Como cualquier otra norma, la estabilidad de una trampa institucional significa que un sistema absorbiendo o recibiendo un pequeño shock externo deja al sistema en la misma situación de ineficiencia, teniendo quizás cualquier pequeña variación en los parámetros, pero que deja al sistema económico en la misma situación de ineficiencia, esto es, la trampa institucional. Este concepto corresponde en gran medida al concepto de estrategia evolutivamente estable definido en Accinelli et al (2009).

Tal estabilidad significa, por ejemplo, que el porcentaje de individuos que en un momento determinado se comportan en forma diferenciada respecto de las normas de conducta que rigen la trampa de pobreza, tenderán a desaparecer, debido a su ineficiencia relativa al sistema marco en el que viven. Es algo así como si los buenos en una vecindad en donde sólo hay malos no proliferan ya que el mal es la norma. La conducta diente por diente y ojo por ojo suele ser la eficiente en este ambiente y lleva a la reproducción de la maldad. Sin embargo, una adopción simultánea por parte de un grupo suficientemente grande de agentes o individuos, de un comportamiento diferente al establecido institucionalmente, podría traer consigo una evolución hacia un estado Pareto superior, lo cual podría resultar en la superación de la trampa de pobreza[5].

Barret & Swallow (2006) muestran que cuando hay estrategias múltiples en un equilibrio dinámico, una trampa de pobreza puede surgir debido a la elección de estrategias ineficientes en el sentido de Pareto y la falta de coordinación por parte de los agentes económicos para alcanzar el equilibrio alto.

Por lo tanto, el tipo de agentes económicos y sus vecindades, grupos o instituciones conformadas debido a las normas de conducta de tales agentes, explican el porqué la economía se encuentra en un nivel bajo o alto como equilibrio.

1.2. La imitación como fuente de bajo crecimiento

En este artículo asumimos que los agentes económicos, deciden por imitación de la conducta más exitosa o común, la que a su vez depende del estado en el que se encuentre la economía.

Es decir, los agentes económicos que decidan cambiar su comportamiento o auto-confirmarse en el elegido, imitarán con mayor probabilidad a los agentes más exitosos, lo que a su vez depende de las características actuales de la economía, en la que los agentes eligen su comportamiento. Los individuos siguen un comportamiento racional, en tanto que eligen una estrategia maximizadora. Es frecuente que en sociedades en las que la calificación no es bien retribuida, que los jóvenes abandonen sus estudios e ingresen al mercado laboral, lo que sucede si el costo de oportunidad de estudiar es muy elevado. El comportamiento imitativo, refuerza esta tendencia, elevando el

[5] Modelos sobre fallas de coordinación se pueden encontrar en Cooper & John (1988) y Hoff (2001).

porcentaje de individuos con bajos perfiles, que se incrementará a tazas crecientes, siendo cada vez más difícil encontrar profesionales altamente capacitados. A la vez las firmas encontrarán dificultades para desarrollar o utilizar tecnología de punta, luego estas deciden no invertir en I&D ya que no hay complementariedad con la mano de obra local que demanda. Luego la tecnología avanzada será de importación pues el capital humano no existe para que sea creada en la economía local; y así, las empresas se imitan entre ellas, decidiendo ser empresas que no inviertan en la generación local de departamentos I&D. Por lo cual, tanto firmas y trabajadores serán agentes económicos de bajos perfiles.

1.3. Juegos evolutivos y aprendizaje por imitación

La teoría de juegos no cooperativos, es la herramienta usual para el modelado de conflictos entre agentes racionales, donde el equilibrio de Nash aparece como solución paradigmática. Este equilibrio supone que cada jugador, elige su mejor estrategia, tomando en cuenta, en el momento de definirla, que cada uno hace lo mismo. En un equilibrio de Nash, la acción estratégica seguida por cada jugador, es una de aquellas que maximizn sus propios, pagos, utilidades o rentas (o retornos esperados), dadas las acciones seguidas por cada uno de los jugadores. Así, ningún jugador tiene incentivos a desviarse, dado que cada uno eligió para si, lo mejor, dado lo que los demás eligieron. Esto puede cambiar si más de un individuo deciden desviarse simultáneamente. A pesar de esto, es este equilibrio un buena primera aproximación a lo que significa una elección racional. Mirado más en profundidad, hay más salvedades: En diversas situaciones o juegos, el equilibrio de Nash no es único, pueden existir múltiples equilibrios de Nash. Es entonces que cuando aparece la teoría de refinamientos y selección del equilibrio de Nash (ver Van Damme, 1993). El concepto de estrategias evolutivamente estables, que nos ocupará en este trabajo, entra precisamente en esta categoría.

La teoría de juegos convencional incluyendo los equilibrios de Nash y sus refinamientos, supone además de la racionalidad en la elección de las estrategias por parte de los individuos, que ésta racionalidad es de conocimiento común (ver Selten, 1975). No obstante, la teoría puede ampliarse a individuos cuyas elecciones son impuestas por factores exógenos y en las que el desempeño o viabilidad de este comportamiento impuesto, puede ser medido en términos por ejemplo de mejor adaptación al medio. Es este el caso de los juegos evolutivos, originariamente creados para explicar la evolución del mundo animal, en el que las leyes de Darwin sustituyen a la racionalidad. El libro “Evolution and the Theory of Game” de Maynard Smith (1982) introduce procesos de selección evolutiva (en un sentido biológico) en un marco de teoría de juegos. La noción de la evolución de las estrategias en un juego repetido trata sobre como los jugadores (no racionales) heredan o aprenden (jugadores racionales) de sus acciones pasadas. Podemos decir que la racionalidad, en el sentido del comportamiento maximizador se aprende si los agentes son conscientes de sus elecciones, o se impone con la fuerza de la selección natural.

La evolución por imitación es una de las posibles formas en las que una sociedad puede cambiar. El comportamiento imitativo de agentes que buscan sus mejores posibilidades, determina muchas veces la forma de la evolución social. El punto es que hacia donde se evolucione, dependerá de lo que se imite. Blackmore (1999) demostró la importancia de la imitación como factor de cambio, y también señaló las dificultades que supone el elegir qué imitar.

Durlauf (2001) explica que la conducta de imitación se debe a lo siguiente:

1. Factores sicológicos, un deseo intrínseco de comportarse como otros lo hacen.

2. Interdependencia en las restricciones que los agentes enfrentan, los costos que lleva asociado el elegir una determinada conducta, dependen de la elección de los otros.

3. Interdependencia en la transmisión de la información. La conducta de otros, agrega información sobre el medio ambiente, o las condiciones en que cada individuo debe tomar decisiones.

Cada uno de estos tipos de conducta de imitación, implica que, cuando un agente, debe decidir entre varias formas de conducta, se guiará parcialmente por el deseo de elegir aquella conducta que prima en el grupo en el que se encuentra, la que será a la vez la más deseada por los demás.

Suponemos que los agentes, antes de decidir si cambiarán o no una determinada elección estratégica, hecha con anterioridad y que los ubica dentro de un determinado grupo, deberán haber tomado consciencia de la posibilidad o la necesidad del cambio. Esta consciencia se manifiesta en la pregunta que posteriormente, el individuo se hace a sí mismo, acerca de si la elección que hizo con anterioridad es la mejor o no. En el trabajo que aquí desarrollamos la posibilidad de un cambio de conducta comienza con esta pregunta. Asumimos que la probabilidad de que cada agente se haga esta pregunta, sigue las leyes de un proceso de Poisson. Dado que suponemos que en la población hay un número suficientemente elevado de individuos que en forma independiente, se hacen o no esta pregunta, la distribución poblacional corresponde a un proceso de Poisson (suma de variables aleatorias independientes de Poisson). Este proceso estocástico agregado puede ser aproximado por la ley de grandes números, luego la evolución de los valores esperados puede representarse por un sistema dinámico determinístico. Una vez que el agente se hace la pregunta acerca de si debe cambiar o no su comportamiento, deberá elegir como decidir por el cambio o la permanencia dentro del grupo. Cabe destacar que la frecuencia con que cada agente se hace esta pregunta, dependerá del éxito relativo de su comportamiento actual, en el marco poblacional. Björnerstedt y Weibull (1996) analizaron diferentes modelos de este tipo. El agente que decide revisar su comportamiento deberá elegir a continuación, si cambia o no su comportamiento. Las formas de decidirlo son diversas, entre ellas: la imitación del más exitoso, o la imitación del más próximo o del primero que se le aproxime, lanzando una moneda al aire o arrojando un dado, etc.,... cada tipo de elección posible da un modelo posible y una dinámica diferente. Analizaremos acá las que corresponden a modelos de imitación.

1.4. Agentes económicos de perfiles altos

La noción de complementariedad estratégica está ampliamente estudiada y bien entendida. La complementariedad entre I&D (empresas innovadoras) y la acumulación de capital humano (trabajadores altamente calificados) es aceptada como un motor del crecimiento económico.

En este documento, por ejemplo, podríamos etiquetar a las empresas innovadoras y a los trabajadores altamente calificados como "agentes económicos de alto perfil" y que son el motor que impulsa a la economía hacia un equilibrio de alto nivel.

Nelson & Phelps (1966) y Schultz (1975) señalaron el importante papel de la educación para adaptarse y para generar nuevas tecnologías, es decir, para adaptarse a los cambios tecnológicos generados por las empresas innovadoras[6]. Redding (1996) formaliza esta idea mediante un modelo de crecimiento basado en I&D, primero desarrollado por Aghion y Howitt (1999).

Trabajos más recientes desarrollan diferentes modelos y puntos de vista, para demostrar que mano de obra calificada y empresas de alta tecnología se complementan, dando lugar a la conformación de un equilibrio de alto nivel (ver, Acemoglu, 1997, 1998, entre otros) Las nuevas tecnologí as reducen la demanda de trabajadores poco calificados y aumentan la demanda de trabajadores altamente calificados, ya que estos se adaptan más fácilmente a los cambios tecnológicos, ver por ejemplo Nelson y Phelps (1966), así como Acemoglu, (2002), Aghion, (2006) y Hornstein et al., (2005), Accinelli et al (2009).

Contribuciones recientes han puesto de relieve el papel de los recursos destinados a la creación de habilidad como una restricción o favorecimiento fundamental en la selección del perfil tecnológico para las economías subdesarrolladas. Greenwood y Yörükoglu (1997), por ejemplo, consideran que la adopción de la inversión, el cambio técnico específico requiere de capital

[6] Los autores, afirman en primer lugar que el papel principal de la educación es aumentar la capacidad de la agente para innovar, y segundo, para adaptarse a las nuevas tecnologías, acelerando así la difusión tecnológica en la economía. Por lo tanto, el alto perfil de los agentes económicos conduce a la economía a un equilibrio de alto nivel.

humano específico, además de capital físico, y un aumento de las competencias laborales facilita la adopción de nuevas tecnologías. Hendricks (2000) desarrolla un modelo de crecimiento a través de la adopción de tecnologías centradas en la complementariedad entre las tecnologías y habilidades de la mano de obra. Habilidades de los trabajadores y el perfil tecnológico de las empresas son complementarias, porque el nivel de conocimientos disponible determina los tipos de tecnologías que se pueden utilizar, mientras que el perfil tecnológico determina la tasa de aprendizaje. Benhabib y Spiegel (1994), centrándose en el papel del capital humano en el desarrollo económico, sugieren que la función específica de la persona humana es el de facilitar la adopción de la tecnología extranjera y crear tecnología nacional. Esta evidencia refuerza la importancia de la correspondencia entre las competencias en capital humano y el perfil tecnológico. En este sentido, Lavezzi (2006) se centró en la dinámica de la acumulación de capital humano (usando una cadena de Markov), donde la acumulación de dicho capital y la adopción de tecnología son procesos interrelacionados. Según él, el juego es fundamental para aislar a uno de los aspectos más importantes de la adquisición de capital humano y tecnología. Para los trabajadores la cuestión crucial es el tipo de empresas que interactúan con ellos, mientras que para las empresas es el tipo de trabajadores que contratan. En el equilibrio de alta calificación, por ejemplo, los trabajadores esperan que las empresas inviertan en tecnología y luego invertir en capital humano en este proceso las expectativas se cumplan en equilibrio.

El resto del presente documento se desarrolla de la siguiente manera. La sección 2 presenta la regla formal de imitación, la manera en que los agentes imitan. Sección 3 presenta el juego en su forma normal, su solución o equilibrios de Nash. La sección 4 y subsección 4.1 desarrollan el juego evolutivo de las trampas de pobreza, aquí presentamos los resultados más importantes (subsecciones 4.3 y 4.4), desde el punto de vista formal del juego de trampas de pobreza por imitación. Sección 5 y subsecciones 5.1 y 5.2 analizan la dinámica evolutiva del sistema replicador. Sección 6 analiza la forma y la racionalidad en que la trampa de pobreza puede ser superada. Finalmente, sección 7 remarca algunas conclusiones de la presente investigación.

2. Reglas de conducta

El estudio de las reglas de conducta basadas en la imitación tienen una larga tradición en la literatura de la teoría de juegos evolutivos (ver Weibull, 1995). Uno de los modelos evolutivos más conocidos, la dinámica del replicador, describe un proceso evolutivo que está impulsado por imitación pura entre los jugadores.

De igual forma que en juegos normales con n jugdores, podemos pensar en juegos normales multi-poblacionales donde existen en este juego diferentes poblaciones, y cada individuo pertenece a una de ellas. De entre estas poblaciones, una y otra vez, se eligen individuos al azar para así jugar el juego. Los jugadores dentro de cada población pueden integrarse en clubes, definidos por la estartegia que adoptan en cada momento. De esta forma los miembros del club i son los individuos que eligen la estrategia pura i, la que puede asimilarse a una regla de conducta. Con el tiempo el número de individuos pertenecientes a cada club cambia, acorde a alguna dinámica preestablecida, y la imitación es una de las posibles.

Representaremos por $x_i = (x_{i1}, ..., x_{im_i})$ la distribución de individuos sobre los clubes o estrategias puras $\{1, ...m_i\}$ posibles en la pobalción $i = 1, ...n$. En términos de la toería de juegos, estas distribuciones son llamadas estrategias mixtas. Equivalentemente podemos considerar que un indivduo típico de la población i, gasta una parte de su tiempo igual a x_{ij} actuando como miembro del $j-$ésimo club, $j = 1, ..., m_i$. Representaremos por e_{ij}, esto es el vector canónico de R^{m_i}, a un indivduo de la población i, actuando como miembro del $j-$ésimo club. Denotaremos por Δ^i al simplex m_i dimensional, correspondiente al espacio de distribuciones posibles de la $i-$ésima población sobre el conjunto de clubes. Si asumimos n poblaciones, representaremos por Δ, al producto cartesiano $\Pi_{i=1}^{n}\Delta^i$. Es decir que $x \in \Delta$ supone un vector compuesto por n distribuciones de probabilidad.

La evolución dentro de cada población queda determinada por las llamadas "reglas de conducta", las que generan un sistema de ecuaciones diferenciales que describen matemáticamente el proceso de transformación poblacional. Los individuos cambian de clubes, y en consecuencia cambia el perfil estratégico (o la distribución sobre los clubes) de la población. Como ya fue dicho, es equivalente pensar que el comportamiento del individuo típico de cada población consiste en pasar una parte de su tiempo en cada club, de forma tal que la probabilidad de encontrar al individuo típico en un club determinado, coincide, en el esquema anterior, con la probabilidad de encontrar un socio del referido club entre la población heterogénea,lo que cambia bajo este argumente, es entonces el comportamiento típico de los individuos de poblaciones homogéneas.

Hay una ecuación diferencial para cada estrategia pura a disposición de la población y cada ecuación diferencial describe el flujo de socios del club, el que se conforma por el número de socios que un momento determinado, vienen desde otros clubes, menos los que en el momento dado decidieron cambiar su filiación para otro club, medido en porcentaje.

Definición 1 *Una **regla de conducta** es un mapa que va desde la conducta presente de los individuos, hacia tasas de cambio de conducta. En agregado definen la evolución de la población. El mapa esta dado por dos elementos básicos:*

1. *El tipo de cambio de la conducta $r_i(x)$ que expresa el número de veces en las que el agente se pregunta si su actual estrategia (o conducta) es la correcta o no. (Depende, entre otras cosas del éxito de la estrategia seguida hasta el momento y de la distribución actual de la población en clubes.)*

2. *Las funciones de probabilidad $p_{ij}(x)$, que describen la probabilidad de que un individuo perteneciente al club i, que se haya preguntado acerca de si debe o no cambiar su estrategia cambie efectivamente para el club j. Definen un vector de funciones de probabilidad : $p_i(x) = (p_{i1}(x), ..., p_{ik}(x))$, donde $p_{ij}(x)$ define la probabilidad de que un revisor siguiendo hasta ahora la estrategia $i-$ésima, decida seguir la $j-$ésima a partir de ahora.*

Como ya fue dicho anteiormente, podemos suponer que los tiempos de revisión de un agente, son tiempos de llegada de un proceso de Poisson, con frecuencia $r_i(x)$. Si suponemos que que el número de individuos en cada club es alto, y las probabilidades de que se pregunten si deben o no cambiar su estrategia son independientes, resulta que cada club representa a su vez un proceso de Poisson con tiempo de llegada $x_i r_i(x)$. Finalmente podemos suponer, a la población entera formada por un continuo de variables aleatorias independientes de Poisson con frecuencia, $x_i r_i(x) p_{ij}(x)$. Luego por la ley de los grandes números, modelamos este proceso estocástico agregado como un flujo determinista: La salida de subpoblación o del club i es:

$$\sum_{j \neq i} x_i r_i(x) p_{ij}(x). \tag{1}$$

La entrada a la subpoblación o al club referido es:

$$\sum_{j \neq i} x_j r_j(x) p_{ji}(x). \tag{2}$$

El flujo es la diferencia entre la entrada y salida y determina cuando la frecuencia con la cual observamos individuos siguiendo una estrategia dada, dentro de una población aumenta o disminuye.

Agrupando términos, obtenemos:

$$\dot{x}_i = \sum_{j \in K} x_j r_j(x) p_{ji}(x) - \sum_{i \in K} x_i r_i(x) p_{ij}(x). \tag{3}$$

Llamaremos a esta dinámica de replicación, por extensión del concepto de dinámica del replicador, definido para el caso simétrico en que una población se enfrenta a sí misma.

El conjunto de reglas de conducta de los individuos, de una población dada, genera una dinámica poblacional particular. Esta micro-fundación explícita de la evolución de la población hace de las reglas de conducta una herramienta muy atractiva. En particular nos interesan las reglas de conducta imitativas, es decir aquellas en las que los individuos revisores, toman la dicisión de cambiar o no su conducta, por imitación del comportamiento de otros agentes. La decisión final que tomará el agente revisor, en cada período, acerca de mantenerse o desertar depende de la relación entre el beneficio esperado del agente obtenido por continuar con una estrategia diferente y el obtenido si mantiene su comportamiento anterior.

La dinámicas poblacionales definidas por este tipo de reglas de conducta, se denominarán imitativas. Más precisamente:

Definición 2 *Una dinámica poblacional será llamada imitativa, si hay al menos dos estrategias diferentes, al menos dos agente que siguen cada una de estas estrategias y tal que las reglas de conducta que la definen son imitativas.*

Diremos que *una regla de conducta es buena* si cumple con las siguientes propiedades:

1. El campo que define la regla de conducta por la que se rige cada individuo, es liptschtziana. Es decir, en nuestro caso si $r_i : \Delta \to [0, 1]$ y $p_i : \Delta \to \Delta^i$ son funciones Lipschitz continuas. En este caso fijada una distribución inicial de las poblaciones sobre los clubes, existe una única solución del sistema dinámico definido por la regla de conducta.

2. Si el subconjunto $\Delta = \Pi_{i=1}^{n} \Delta_i$ es invariante para la dinámica que la regla de conducta define.

De hecho, si los agentes tienen información perfecta sobre todos los pagos producidos por cada estrategia pura, y si ellos conocieran el estado de la población, el ajuste conductual sería mucha más rápido, conduciendo posiblemente a intercambios discontinuos. Pero la información perfecta y completa, es rara en una población grande, más aún si no existe una autoridad central que pueda distribuir información en forma rápida o suficientemente amplia más allá del alcance de cualquier agente de la sociedad. La Lipschitz-continuidad es una suposición pertinente para el caso en que los agentes económicos tienen un conocimiento limitado sobre los pagos y estados de la población, la cual parece natural cuando la población es grande.

En la siguiente sección, veremos cómo la dinámica del replicador dirige una conducta imitativa dentro de una población asimétrica.

3. El juego

Consideremos un juego en forma normal de dos poblaciones (es decir donde los jugadores son poblaciones) líderes, (1), y seguidores, (2), cada una de ellas divididas en dos clubes o tipos diferentes: alto o bajo perfil. Los conjuntos $S_1 = \{H, L\}$ y $S_2 = \{h, l\}$ son los conjuntos de estrategias puras. Representaremos por Δ_1 y Δ_2 el conjunto de las distribuciones sobre los conjuntos S_1 y S_2, respectivamente. Es decir que $\Delta^i,\ i = 1, 2$ representa los conjuntos de estrategias mixtas para ambas poblaciones, respectivamente. Como en general en los juegos de líderes y seguidores, presentan asimetrías en el manejo de la información, en nuestro caso los líderes conocen exactamente el tipo, (o club) al que perteneces cada seguidor, el que define su estrategia, mientras que los seguidores no disponen de esta información sobre los líderes. Es entonces un juego normal con asimetrías en la información. En el caso que se presenta, los líderes representan a las firmas y los seguidores a los trabajadores. El juego que presentaremos es una generalización de Accinelli et al (2009).

Los contratos entre firmas y trabajadores (en general entre líderes y seguidores) tienen duración de un período al final de cual se realiza un proceso de recontratación. Presentan además las siguientes características:

1. **Complementariedad estratégica**. Para una firma de tipo H es preferible emplear a un trabajador de tipo h. Análogamente para una firma de tipo L es preferible contratar un trabajador de tipo l.

    - El ingreso bruto, por trabajador de tipo 1 contratado para una firma de tipo H es U, mientras que será u, en caso de contratar a un trabjador de tipo l. Siendo $U > u$.
    - El ingreso bruto para un trabajador de tipo L contratado, por una firma de tipo H es V mientras que será v, en caso de ser contratado por una firma de tipo L. Siendo $V > v$.
    - Los individuos de ambas poblaciones 1 y 2 pagan impuestos al ingreso. Tales tasas impositivas serán denotadas por γ y τ, respectivamente.

2. **Información privada**. El líder, en el momento de firmar el contrato conoce el tipo de seguidor que contrata, pero los seguidores no conocerán el tipo de firmas por las cuales son contratados, hasta el final del período. Conocen la probabilidad σ con que serán empleados por un líder $H-$tipo y con probabilidad $(1-\sigma)$ por un $L-$tipo.

3. El líder elige libremente y sin costos entre los perfiles posibles. Mientras que los seguidores, elegirán libremente entre pertenecer a uno u otro club, pero si deciden ser de tipo h deberán asumir un costo de adiestramiento o de educación, al que denotaremos por C, mientras que no incurren en costo alguno si deciden ser de tipo l. El costo C debe ser asumido al inicio de cada período de contratación, por el trabajador que decida ser de tipo h en el siguiente período, mientras que no tendrá costo seguir siendo l y basta con no pagar el costo para transformarse de h en tipo l.

4. Al final del período contractual el líder de tipo H dará una señal p que indicará su verdadero tipo. Tal señal puede ser vista como primas por habilidades y productividad, bono, o pagos de eficiencia, los cuales son percibidos únicamente por los seguidores de tipo h y recibidos al final del periodo contractual.

Una representación formal del juego es la siguiente matriz de pagos,

$2 \setminus 1$	**H**	**L**
h	$(1-\tau)\,W + p - C,\ (1-\gamma)\,U - W - p$	$(1-\tau)\,w - C,\ (1-\gamma)\,v - w$
l	$(1-\tau)\,W,\ (1-\gamma)\,u - W$	$(1-\tau)\,w,\ (1-\gamma)\,V - w$

(4)

Los trabajadores pagan impuestos de tasa τ sobre sus ingresos brutos, mientras que las firmas pagan impuestos de tasa γ sobre sus beneficios brutos. Note que, la prima o bono p, es acotado por:

- Será mayor al costo de educación, i.e. $p > C > 0$ y además

$$p > (1-\tau)(w - W) \tag{5}$$

lo cual significa que el seguidor de tipo h conseguirá un bono mayor a la diferencia entre sus ingresos netos correspondientes al tipo de perfil. Obsérvese podría suceder que $w > W$ pero aun así, si el premio p es suficientemente alto, el trabajador calificado preferirá ser contratado por una firma de tipo H.

- Los líderes de tipo H no pueden dar un bono o pago de eficiencia mayor que la difenrecia de ganancias siendo de alto/bajoperfil:

$$p < (1-\gamma)(U-u). \tag{6}$$

El juego, bajo estos supuestos tiene dos equilibrios puros de Nash, i.e.:

$$(H,h) = (1,0;\ 1,0) \ \text{ y } \ (L,l) = (0,1;\ 0,1)\,.$$

El primero es Pareto dominante. Consecuentemente debe haber un equilibrio de Nash en estrategias mixtas dado por,

$$NE = \{\theta, (1-\theta);\ \sigma, (1-\sigma)\}\,, \tag{7}$$

donde θ es la probabilidad de que líder encuentre a un seguidor de alto perfil, y σ es la probabilidad del seguidor sea contratado por un líder de alto perfil. Esto es,

$$\sigma = \frac{C}{p} \ \text{ y } \ \theta = \frac{(1-\gamma)\,(V-u) + W - w}{(1-\gamma)\,(U-u+V-v) - p}, \tag{8}$$

que es cuando son los agentes son indiferentes entre perfiles a seguir y encarar.

4. El juego evolutivo

Por X^1 denotaremos la cantidad de individuos en la población 1 y por X^2 la cantidad de individuos en la población 2. Los individuos de la población 1 pueden elegir entre las estrategias puras o comportamientos $\{H, L\}$, el conjunto de estrategias puras posibles de ser elegidas por los individuos de la población 2, están representadas por $\{h, l\}$. Por X_H^1 y X_L^1 representaremos la cantidad de indivduos de la población 1 siguiendo las estrategias H y L respectivamente y de igual forma para X_h^2 yX_l^2 de la población 2. El vector $x^1 = (x_H^1, x_L^1)$ representa una distribución de los individuos de la población 1 sobre el conjunto $\{H, L\}$, análogamente $x^2 = (x_h^2, x_l^2)$ representará una distribución de probabilidades de los individuos de la población 2, sobre sus clubes o conjunto de estrategias puras: $\{h, l\}$. Tendremos entonces que:

$$x_i^1 = \frac{X_K^1}{X^1},\ i \in \{H, L\} \tag{9}$$

y

$$x_j^2 = \frac{X_k^2}{X^2},\ j \in \{h, l\}. \tag{10}$$

son las fracciones de individuos siguiendo una conducta i, j donde $X_H^1 + X_L^1 = X^1$ y $X_h^2 + X_l^2 = X^2$.

Así, los pagos esperados pueden ser escritos como:

$$E_h^2 = x_H^1\left((1-\tau)W + p\right) + (1 - x_H^1)(1-\tau)w - C. \tag{11}$$

$$E_l^2 = x_H^1\left(1-\tau\right)W + (1 - x_H^1)\left(1-\tau\right)w \tag{12}$$

$$E_H^1 = x_h^2\left(\left(1-\gamma\right)U - W - p\right) + (1 - x_h^2)\left(\left(1-\gamma\right)u - W\right) \tag{13}$$

$$E_L^1 = x_h^2\left(\left(1-\gamma\right)v - w\right) + (1 - x_h^2)\left(\left(1-\gamma\right)V - w\right). \tag{14}$$

Una dinámica simple para este modelo es la considerada por (Weibull, 1995) y sugerida por Taylor (1979):

$$\dot{x}_i^k = \left[E_i^k - E_i^k\right] x_i^k, \tag{15}$$

donde $x_i^k \in [0,1]$ y $\dot{x}_i^k + \dot{x}_j^k = 0$ para todos los pares $i \neq j \in \{(H, L)\,(h, l)\}$ de la población $k \in \{1, 2\}$.[7] Esta dinámica supone que los individuos conocen

[7] Puede probarse fácilmente que el cuadrado unitario $\mathcal{C} = [0,1] \times [0,1]$, es una variedad estable para este sistema dinámico.

en cada instante los valores esperados asociados a las diferentes estrategias puras posibles y actúan en consecuencia, de forma tal que se obtiene un flujo creciente de individuos hacia los clubes que presentan un valor esperado mayor.

En otras palabras, la tasa de crecimiento $\frac{\dot{x}_i^k}{x_i^k}$ de la fraccion asociada a la población es igual a su pago excesivo $E_i^k - \bar{E}^k$, sobre el pago promedio dentro de la población del jugador, i.e.:

$$\bar{E}^k = \frac{X_i^k}{X^k} \cdot E_i^k + \frac{X_j^k}{X^k} \cdot E_j^k. \tag{16}$$

Analizaremos a continuación, la relación existente entre la evolución de una economía y las decisiones tomadas por agentes que cambian su comportamientos basándose en alguna forma de imitación.

4.1. Decisiones por imitación

Supongamos que los individuos no conocen el verdadero valor esperado asociado a cada una de las estrategias posibles. No obstante asumen que es posible que otras estrategias den mejores resultados que las por él seguidas. Una forma posible de comportarse es seguir el comportamiento de la mayoría, pensando que lo que la mayoría hace es lo mejor. Este comportamiento es el que está implícito, en el de un individuo revisor que cambia o no su comportamiento, en forma acorde con el comportamiento del primero con el que se encuentra.

Un poco más sofisticado sería cambiar o no, de acuerdo a la estrategia o comportamiento que haya mostrado mejores resultados, en el marco poblacional en el que se encuentra inmerso. Ciertamente, que el éxito relativo de uno u otro comportamiento dependerá del comportamiento de los individuos de la misma población del individuo revisor, y del de la otra (u otras). Si el número de los individuos en su población es alto, probablemente no pueda hacer un censo. Pero podría tomar una muestra y definir un estimador para el valor esperado de cada comportamineto posible, el que asumimos no lo conoce. Decidirá su comportamiento futuro comparando el valor del estimador asociado a los diferentes comportamientos. Otra forma sería el de comparar los resultados por él obtenidos, con los obtenidos por el primero con el que se encuentre, eljiendo cambiar si se encuentra con un indivduo de otro tipo con mejores resultados que los propios. En otro caso no cambia.

No todos los individuos se preguntan acerca de si deben cambiar o no su estrategia en cada momento. Esto dependerá en gran medida del éxito de su comportamiento actual, es más probable que un individuo menos satisfecho con los resultados por él obtenidos se convierta en revisor (es decir que se interrogue sobre la posibilidad de cambiar de comportamiento), que uno al que el éxito lo acompaña. Asumimos que los individuos en forma independiente, con cierta probabilidad, en cada momento, se hacen esta pregunta. La frecuencia con la que los individuos se hace esta pregunta, define a un proceso de llegada de Poisson, en cada población.

Consideremos que un agente de tipo j_i en la población $i = 1, 2$, siendo $j_1 \in \{H, L\}$ y $j_2 \in \{h, l\}$, se hace a si mismo y en cada momento bajo una probabilidad $r^i_{j_i}(x)$ la pregunta de si debe cambiar o no su estrategia (esto es un estrategista revisor). Este cuestionamiento probable, revela cierto grado de insatisfacción. La probabilidad con que esta pregunta aparece en cada indivduo, dependerá enre otras cosas de la distribución poblacional, $x = (x^1, x^2)$ donde $x^1 = \left(x^1_H, x^1_L\right)$ y $x^2 = \left(x^2_h, x^2_l\right)$ simbolizan las correspondientes distribuciones de los individuos en clubes en sus respectivas poblaciones. Representaremos por $e^i_{j_i}$ a un j-ésimo estrategista de la población $i = 1, 2$, siendo que $j_1 \in \{H, L\}$ y $j_2 \in \{h, l\}$. Observe que $x^1 = x^1_H e^1_H + x^1_L e^1_H$ y $x^2 = x^2_h e^2_h + x^2_l e^2_l$.

Considere que la decisión de un agente depende del pago esperado asociado a la conducta elegida, dada la composición de la población, este valor lo representamos por $E_{j_i} = E(e^i_{j_i}, x)$.

Supongamos que la tasa $r^i_{j_i}(x)$ según la cual, un agente de la población i que usa la estrategia j_i se cuestiona sobre si debe o no cambiar su estrategia, sea función decreciente del valor esperado asociado a la estrategia por él seguida dada la distribución e la población. Entonces:

$$r^i_{j_i}(x) = f^i_{j_i}\left(E(e^i_{j_i}, x), x\right). \tag{17}$$

La función $f^i_{j_i}(\cdot, x)$ puede ser interpretada como la propension de un j_i estrategista a cambiar su elección, $i \in \{1,2\}$, $j_i \in \{H,l\}$, $j_2 \in \{h,k\}$, para la que además se cumple que $\frac{\partial}{\partial E} f^i_{j_i}\left(E(e^i_{j_i}, x), x\right) < 0$.

4.2. La regla del primero con el que nos encontramos

Supogamos ahora además, que el agente revisor, decide o no cambiar su estrategia j_i para h_i de acuerdo con la probabilidad de encontrarse con un individuo del tipo h_i. Obviamente es éste, un comportamiento ingenuo y que en el fondo sigue la creencia de que el mejor comportamiento es el de la mayoría, pues obviamente es más fácil toparnos con un individuo que sigue la regla de la mayoría que con cualquier otro.

Denotamos por $p_{j_i h_i}(x)$ la probabilidad de que un individuo revisor, de la población i que pertenece al club j_i se cambie para el club h_i, dado el vector de distribuciones poblacionales x. De acuerdo a nuestros supuestos, la imitación del individuo más próximo o cualquier forma análoga, esta probabilidad está dada por x_{h_i} es decir por la frecuencia relativa de este comportamiento en la población considerada. Luego la probabilidad $p(j_i \to h_i)(x)$, de que un individuo de la población $i = 1,2$ que sigue la estrategia pura j_i (o que pertenece al club de los j_i), se cambie efectivamente para la el club h_i está dada por $p(j_i, h_i) = r^i(j_i)(x) x_{h_i}$. En caso de ser $h_i = j_i$ esta representará la probabilidad, de que el individuo revisor, permanezca en su club.

Por la ley de los grandes números modelamos este proceso como un modelo determinista y, reagrupando términos, obtenemos la ecuación de flujo para cada club en cada población $i = 1,2$, i.e.:

$$\dot{x}^i_{j_i} = x^i_{h_i}\left[f^i_{h_i}\left(E(e^i_{h_i}, x)\right) p_{h_i j_i}(x)\right] - x^i_{j_i}\left[f^i_{j_i}\left(E(e^i_{j_i}, x)\right) p_{j_i h_i}(x)\right]. \qquad (18)$$

Equivalentemente:

$$\dot{x}^i_{j_i} = x^i_{j_i}(1 - x^i_{j_i})\left[f^i_{h_i}\left(E(e^i_{h_i}, x)\right) - f^i_{j_i}\left(E(e^i_{j_i}, x)\right)\right]. \qquad (19)$$

El sistema (18) o su forma equivalente (19), representa la interacción entre dos grupos de agentes que siguen la regla de la mayoría.

Siendo que, $x_H^1 + x_L^1 = 1$ y $x_h^2 + x_l^2 = 1$, el sistema (18) que relaciona cuatro ecuaciones y diferenciales y cuatro incognitas, puede reducirse a dos ecuaciones con dos variables de estado independientes. Aprovechando esta propiedad, seleccionamos variables x_H^1 y x_H^1 con sus respectivas ecuaciones.

4.3. Una regla de conducta específica

Como ya fue dicho, las conductas de los individuos determinan la evolución del sistema, la rapidez del cambio o la tendencia al statu quo, queda determinada por la frecuencia con la que los individuos dudan acerca de si elección anterior es la mejor. La evolución posterior del sistema dependerá de las formas en las que los individuos resuelven esta duda. Una regla sencilla y que de alguna forma ilumina acerca de este proceso de cuestionamiento periódico y sus principales leyes, es la siguiente:

Supongamos que $f_{j_i}^i(\cdot)$ depende en forma lineal del valor esperado de la estrategia seguida por el individuo y además que es decreciente con éste.

$$f_{j_i}^i\left(E(e_{j_i}^i, x)\right) = \alpha_{j_i} - \beta_{j_i} E(e_{j_i}^i x), \tag{20}$$

con α_{j_i}, $\beta^{j_i} \geq 0$ y $\frac{\alpha^{j_i}}{\beta^{j_i}} \geq E(e_{j_i}^i, x)$ se asegura que $f_{i_j}^i(\cdot) \in [0, 1]$. Podemos interpretar a α^{j_i} como un nivel de insatisfacción y como una elasticidad de medida del desempeño sobre la revisión respecto del pago esperado de la estrategia actual. Para facilitar las cosas supongamos que $\alpha_{j_i} = \alpha\ y\ \ \beta_{j_i} = \beta\ \ \forall\ j_i$. La regla de conducta asumida, tendrá entonces la forma

$$P_i(j_i \to h_i) = \alpha_{j_i} - \beta_{j_i} E(e_{j_i}^i x) x_{h_i},$$

siendo x_{h_i} la probabilidad de que un indivduo revisor, cambie su comportamiento para el representado por h_i.

En este caso el sistema de ecuaciones diferenciales representado por (19) asumirá la forma:

$$\dot{x}_{j_i}^i = \beta \left[E_{j_i}^i - E_{h_i}^i\right] x_{j_i}^i \left(1 - x_{j_i}^i\right) \tag{21}$$

que es una forma de la ecuación del replicador sugerida por Taylor (1979) y presentada en (Weibull, 1995) descrita por la ecuación (15).

En la sección anterior, vimos que los individuos, dispuestos a revisar su conducta, resolvían este problema por una regla sencilla de imitación. Consideremos a continuación, otra que si bien más sofisticada, respeta en el fondo la decisión de la mayoría como decisión óptima.

4.4. Decisiones a partir de una muestra

Otra regla simple por la cual un individuo revisor puede guiarse es la regla promedio. El individuo revisor evalúa cada estrategia de acuerdo con el pago observado promedio dentro del grupo de referencia (ver J. Apesteguia et al., 2007). Considere que el agente económico desconoce el pago exacto asociado a cada estrategia pura, pero puede calcular el pago promedio de este y puede imitar la conducta que produce el pago promedio mayor. Llegado al punto en que el agente debe decidir si cambia o no su estrategia, realiza una muestra aleatoria simple de tales valores y actuará de acuerdo con la estimación promedio.

Representemos por $\tilde{E}^i_{j_i}$ los estimadores de los valores reales $E^i_{j_i} = E(e^i_{j_i}, x)$. De manera que, en el proceso de imitación las estrategias con pago promedio alto son adoptadas y así incrementa su proporción en la población, esto es, cada estrategista j_i cambia su estrategia si y sólo si $\tilde{E}^i_{j_i} < \tilde{E}^i_{h_i}$.

Aplicando las reglas de conducta donde un estrategista revisor, decide cambiar su estrategia actual a partir de,

1. Un mejor desempeño estimado de otra estrategia diferente de la suya, lo que se mide como:

   a) $P[\tilde{E}(e^i_{j_i}, x) - \tilde{E}(e^i_{h_i}, x) > 0]$

2. y de la probabilidad de encontrarse a un agente, quien actualmente usa tal estrategia exitosa. Lo que se mide por la densidad relativa de cada uno de los clubes en el total de la población en la que el revisor participa: $x^i_{j_i}$.

Asumamos como en (Accinelli et al. (2009)) que la probababilidad de que:

$$P[\tilde{E}(e^i_{h_i}, x) - \tilde{E}(e^i_{j_i}, x) > 0] = \lambda[E(e^i_{h_i}, x)]$$

cada vez que $E(e^i_{j_i}, x) > 0$ y cero en otro caso, siendo $\lambda = \frac{1}{E^i_{j_i}+E^i_{h_i}}$ una constante positiva. Es decir que la probabilidad de que la diferencia entre los valores estimados sea positiva, crece proporcionalmente con el verdadero valor de la estrategia hacia la que se quiere cambiar , cuando éste es positivo.

El sistema (18) se convierte entonces en el sistema del replicador guiado por imitación, i.e.,

$$\dot{x}^k_i = x^k_i(1 - x^k_i)\lambda \left[\left(\alpha^k\beta^k E^k_j(\cdot)\right) - \left(\alpha^k\beta^k E^k_i(\cdot)\right)\right] \tag{22}$$

Nótese que este sistema representa tanto la regla de conducta de imitación pura (del priemero con el que nos encotramos) como la más sofisticada que supone la realización de un muestreo, por parte del revisor antes de decidir si cambia o no su estrategia.

Sustituyendo los valores esperados (ecuaciones 11-13), y luego de un poco de álgebra, explicitamente tenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}^1_H = x^1_H(1 - x^1_H)\left[\frac{\beta^1\left(x^2_h((v-U)(1-\gamma)-p)-\left(1-x^2_h\right)(1-\gamma)u-V\left(\left(1-x^2_h\right)-\left(1-x^2_h\right)\gamma\right)-W+w\right)}{x^2_h((1-\gamma)(U+v)-W-w-p)+(1-x^2_h)((1-\gamma)(V+u)-W-w)}\right] \\ \dot{x}^L_1 = -\dot{x}^1_H \\ \\ \dot{x}^2_h = x^2_h\left(1 - x^2_h\right)\left[\frac{\beta^2\left(px^1_H-C\right)}{2\left(x^1_H W+(1-x^1_H)w\right)(1-\tau)+px^1_H-C}\right] \\ \dot{x}^2_l = -\dot{x}^2_h \end{cases} \tag{23}$$

El sistema $\left(\dot{x}^1_H, \dot{x}^2_h\right)$ decribe el caso donde se propaga la estrategia de altos perfiles vía imitación, y los pagos esperados determinan la tasa de imitación, reforzando, e inhibiendo las conductas de los agentes de alto perfil de la población de lideres 1 y seguidores 2.

Como sabemos, el sistema $\left(\dot{x}^2_h, \dot{x}^1_H\right)$ admite cinco estados estacionarios o equilibrios dinamicos, i.e.

$$(0,0),\ (0,1),\ (1,0),\ (1,1) \text{ un equilibrio interior positivo } \left(x^{1^*}_H, x^{2^*}_h\right). \tag{24}$$

Denotando por $\bar{P} = \left(x^{1^*}_H, x^{2^*}_h\right)$ el equilibrio interior del cuadrado $\mathcal{C} =$

$[0,1]\times[0,1]$, i.e.,

$$x_H^{1^*}=\tfrac{C}{p},\quad x_h^{2^*}=\tfrac{(1-\gamma)(V-u)+W-w}{(1-\gamma)(U-u+V-v)-p}. \tag{25}$$

Estos equilibrios dinámicos se interpretan de la siguiente manera:

1. El equilibrio trivial es uno en el que los líderes y seguidores son todos agentes económicos de perfil bajo $(L,l)=(0,1;0,1)$ equivalente al estado estacionario $(0,0)$.

2. Por otro lado, el caso opuesto $(1,1)$ ese el caso donde todos los agentes son de perfil alto $(H,h)=(1,0;1,0)$.

3. Los dos equilibrios dnámicos restantes en las esquinas, no son equilibrios de Nash. Una perturbación cualquiera de los parámetros del sistema, haría que éste no volviera nunca más a una situación similar a la definida por estas distribuciones poblacionales, (L,h), (H,l) o $(0,1)$, $(1,0)$.

4. El equilibrio interior describe una situación en la que conviven agentes economicos de perfil alto y bajo: $\bar{P}=\left(x_H^{1^*},x_h^{2^*}\right)$.

5. Análisis dinámico y estrategias evolutivamente estables

Al resolver el sistema dinámico, asociado al juego normal y las normas de conducta específicas, obtenemos trayectorias, a lo largo de las cuales, las distribuciones poblacionales irán cambiando cuando rigen exclusivamente las leyes que determinan el sistema dinámico, en este caso normas de conducta. Si consideramos a las poblaciones como los jugadores en un juego normal repetido, dichas trayectorias corresponden al proceso de modificación de las estrategias mixtas seguidas por las poblaciones, las que representan la distribución momentánea de cada población en sus clubes. Actuando en consonancia con las normas de conducta antedichas, este cambio sigue una única trayectoria posible, determinada por una distribución inicial de dichas poblaciones en clubes. Este proceso de cambio, define trayectorias por las que la población se acerca indefinidamente a un tipo de distribución, definida precisamente por el equilibrio dinámico, o se aleja indefinidamente de otras, que también son equilibrios dinámicos. De esta forma podemos decir que:

Definición 3 ***(Trayectoria)*** *Entendemos por trayectoria, la curva, determinada en el espacio de fases por la solución de un sistema dinámico que pasa por un punto determinado de dicho espacio en un momento dado.*

En nuestro caso, este sistema es la dinámica evolutiva que representa las reglas de conducta, la que determina las trayectorias que representan procesos de transformación de estrategias mixtas, o distribuciones poblacionales, a partir de una estrategia mixta particular, o una distribución dada, existente en un tiempo prefijado.

La forma según la que las trayectorias se acercan o se alejan a un equilibrio dinámico, el que en definitiva no es más que una estrategia mixta particular, lo caracterizan. Nos interesan en particular los equilibrios atractores y los puntos silla.

Definición 4 ***(Atractor)*** *Es un equilibrio dinámico tal que si se perturbada la distribución que lo define, y si dicha perturbación no es muy grande, toda trayectoria definida por el sistema dinámico evoluciona, a partir de esta distribución perturbada, manteniéndose indefinidamente en un entorno de la distribución de equilibrio.*

Definición 5 ***(Punto silla)*** *Decimos que un punto de equilibrio dinámico es un pinto silla, si existen en un entrono suyo trayectorias por las que el sistema acerca y otras por las que se aleja indefinidamente de este estado de equilibrio.*

Definición 6 ***(Repulsor)*** *Un equilibrio dinámico se dice repulsor si toda trayectoria diverge de él.*

Consecuentemente podemos definir, para un atractor:

Definición 7 ***(Cuenca de atracción)*** *Se define la cuenca de atracción de un punto x del espacio de fases, en nuestro caso del espacio de distribuciones, como aquella región en el espacio de fases (en nuestro caso del espacio de distribuciones o estrategias mixtas), a la que pertenece x, y tal que para toda distribución en esta región, existe una única trayectoria, que converge con el tiempo a x.*

Las definiciones de atractor y punto de silla aquí introducidas son locales, no obstante en el caso de poder extenderse a todo el espacio, hablamos de atractores globales o de puntos sillas globales. Así un la cuenda de atracción de un atractor global será todo el espacio, y el punto de silla define en todo el espacio de fases las llamadas variedades estables e inestables.

5.1. Estrategias evolutivamente estables

El concepto de estrategias evolutivamente estable (ESS, por sus siglas en inglés) es ampliamente utilizado en juegos evolutivos, en particular en los llamados juegos simé tricos de una sola población, Weibull (1995). Zeeman (1992) mostró que una ESS es un atractor local en la dinámica del replicador. No obstante estas definiciones suelen ser insuficientes en el momento de estudiar las trampas de pobreza. Entendidas estas como equilibrios bajos en un juego normal, hacia el que el sistema evoluciona indefinidamente si se encuentra en algún momento en su cuenca de atracción. La cuenca de atracción está determinada por situaciones estructurales, propias de un sistema, en el caso estudiado en (Accinelli et al (2009)) se analiza la repercusión de la distribución inicial de las firmas, innovadoras o no, en la evolución futura de la economía cuando los trabajadores siguen una conducta imitativa. El problema es que el atractor definido por la trampa de pobreza, es suficientemente fuerte como para que cambios estructurales, relativamente pequeños, de todas formas no logren cambiar la tendencia evolutiva. Es decir que, en este caso, para los trabajadores seguirá siendo una mejor respuesta la que hasta ahora lo era y paulatinamente, a medida que se pregunten acerca de si deben o no cambiar su actitud, con probabilidad creciente la irán asumiendo.

La imitación de una estrategia pobre en el largo plazo, pero maxmizadora en un contexto determinado, que sigue siendo la mejor respuesta aun cuando se perturban las condiciones estructurales iniciales (es decir, aquellas condiciones que en el juego se determinan en forma independiente a su accionar), es lo que define a una respuesta como evolutivamente estable contra el campo. Un sistema económico evolucionando hacia una trampa de pobreza, probablemente lo haga por perfiles estratégicos que hacen que sus componentes tiendan a ser mejores respuestas, cada uno, contra el campo definido por las otras poblaciones. Para caracterizar esta situación en el trabajo citado, se introduce el concepto de estrategias evolutivamente estables contra un campo. Dado un juego normal, definimos como un campo a las condiciones definidas por los demás jugadores, esto es la distribución inicial del conjunto de empresarios en altos o bajos perfiles, no depende de la voluntad de los trabajadores, diremos que estos juegan entonces contra un campo, en el momento de elegir su mejor estrategia.

Definición 8 ***(Estrategia evolutivamente estable contra un campo)*** *Considere un juego en forma normal de dos poblaciones $i = 1, 2$ con dos conjuntos estrategicos: $S_1 = (H, L)$ y $S_2 = (h, l)$, denotando alto y bajo perfil de líderes 1 y seguidores 2 respectivamente. Suponga que la distribución de perfiles en la población 1 esta dada por $x^1 = \left(x^1_H, x^1_L\right)$ entonces decimos que la estrategia $\bar{x}^2 = \left(\bar{x}^2_H, \bar{x}^2_L\right)$ es una* ***estrategia evolutivamente estable en contra del campo*** *x^1 si existe $\epsilon_{x^1} > 0$ tal que:*

$$E^2\left(\bar{x}^2, \breve{x}^1\right) \geq E^2\left(x^2, \breve{x}^1\right) \tag{26}$$

para todo $x^2 \in S_2$ donde $\left|x^1 - \breve{x}^1\right| \leq \epsilon_{x^1}$.

No, obstante como resultado de la complementaridad, puede susceder que el campo, definido por la estrategia, o distribución de una población, a la que la oponente toma como dada, evolucione a su vez, bajo la presión precisamente, del cambio de distribución que él mismo generó, en dicho oponente. Esta interdependencia mutua genera conductas evolutivamente estables en ambas poblaciones, que consideran la distribución de la opositora como dada. Generalizamos aquí la definición de estrategia evolutivamente estables contra un campo, para perfiles estratégicos:

Definición 9 ***(Perfil estratégico evolutivamente estable)*** *Decimos que un perfil estratégico* $(x^1, ..., x^n)$ *es evolutivamente estable, si* x^i *define para toda* $i = 1, ..., n$ *una ESS contra el campo* x^{-i} *siendo* $x^{-i} = (x^1, ..., x^{i-1}, x^{i+1}, ..., x^n)$ *generado por el comportamiento de estratégico de las demás.*

Esto sugiere que si un sistema económico, evoluciona hacia una trampa de pobreza, no alcanza con pequeñas modificaciones de las condiciones iniciales, para sacar al sistema de la cuenca de atracción de la distribución que define la trampa de pobreza. Es decir que la trampa de pobreza es un atractor de trayectorias definidas por distribuciones de probabilidad que forman perfiles estratégicos evolutivamente estables.

5.2. Una aplicación

A los efectos de analizar la relación existente entre distribuciones poblacionales, estrategias evolutivamente estables y trampas de pobreza, consideremos el caso referido en la subsección 4.4. Este caso es paradigmático y si bien limitado nos permitirá obtener algunas consideraciones de política económica y nos dará elementos para entender el funcionamiento de las tramaps de pobreza. Al tema de trampas de pobreza dedicaremos una sección posterior a ésta.

Consideremos ahora el jacobiano $J\left(\dot{x}_H^1, \dot{x}_h^2\right)$ asociado al sistema (23), considerando solamente las ecuaciones diferenciales correspondientes a x_1^H y x_2^h, las cuales, determinan el sistema dinámico referido. Nótese que las conclusiones pueden extenderse también al caso más ingenuo definido por la regla de imitación pura (o del primero con que nos topamos), definido por el sistema dinámico, (21). Dicho jacobiano está dado por:

$$J(\dot{x}_H^1, \dot{x}_h^2) = \begin{bmatrix} x_H^1(1 - x_H^1)(1-\gamma)\left(U - u + V - v\right) & \left(1 - 2x_H^1\mathcal{K}\right) \\ \left(1 - 2x_h^2\right)\left(x_H^1 p - C\right) & x_h^2(1 - x_h^2)p \end{bmatrix} \tag{27}$$

donde $\mathcal{K} = x_h^2\left((1-\gamma)\left(\Delta U + \Delta V\right)\right) - (1-\gamma)\left(V + u\right) - W + w$.

La siguiente proposición muestra en forma clara la relación entre reglas de conducta, sistemas dinámicos, estrategias evolutivamente estables y trampas de pobreza.

Proposición 10 *Si los agentes económicos siguen reglas de conducta imitativas, y los revisores resuelven su conducta de acuerdo con las normas, de imitación del primero con el que nos encontramos, o por muestreo, referidas en las subsecciones 4.3 o 4.4, entonces:*

i) *Los equilibrios* $(0,0)$ *y* $(1,1)$ *son atractores para el sistema dinámico (27) y por lo tanto definen perfiles estratégicos evolutivamente estables, son estos respectivamente* $(0,1;0,1)$ *y (1, 0; 1, 0).*

ii) *El equilibrio* $\bar{P} = \left(x_H^{1^*}, x_h^{2^*}\right)$ *define un valor umbral, en el sentido de que si las condiciones iniciales lo superan toda trayectoria solución del sistema dinámico converge hacia el atractor alto (1,1), mientras que si los valores iniciales se encuentran por debajo de este convergirán hacia el atractor bajo,* $(0,0)$.

Proof. Denotaremos por $detJ$ al determinatne de la matriz J evaluada en el equilbrio y a su traza la denotaremos por trJ.

1. $x_h^2 = x_H^1 = 0$. EL jacobiano evaluado en este caso está dado por,

$$J = \begin{bmatrix} -C & 0 \\ 0 & -\left(\left(1-\gamma\right)\left(V+u\right)+W-w\right) \end{bmatrix}.$$

Ello produce $detJ = (W - w + (1-\gamma)(V+u))(C) > 0$ y $trJ < 0$. De manera que este punto de equilibrio $(0,0)$ es un atractor y por lo tanto un ESS.

2. $x_h^2 = x_H^1 = 1$. El jacobiano evaluado está dado por,

$$J = \begin{bmatrix} -\left(p-C\right) & 0 \\ 0 & -\left(W-w+\left(1-\gamma\right)\left(U-2u-v\right)\right) \end{bmatrix}.$$

De modo que, $detJ > 0$ y $trJ < 0$. así este punto de equilibrio $(1,1)$ es un atractor y define un perfil ESS.

3. $x_h^2 = 1$, $x_H^1 = 0$. El jacobiano evaluado es,

$$J = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & (1-\gamma)(U - 2u - v) - W + w \end{bmatrix}.$$

de manera que, $detJ > 0$ y $trJ > 0$. En este caso, el punto de equilibrio $(1, 0)$ es un repulsor.

4. $x_h^2 = 0$, $x_H^1 = 1$. El jacobiano evaluado ese en este caso ,

$$J = \begin{bmatrix} p - C & 0 \\ 0 & (1-\gamma)(V + u) + W - w \end{bmatrix}.$$

Así, $detJ > 0$ y $trJ > 0$. En este caso, el punto de equilibrio $(0, 1)$ es un repulsor.

Puesto que, el cuadrado $\mathcal{C}$ es particionado en dos regiones, separadas por la variedad estable corespondientes al punto silla $\bar{P} = \left(x_h^{2^*}, x_H^{1^*}\right)$ obtenemos que la estrategia óptima es diferente dependiendo del lado de la variedad estable en el cual la se encuentren las distribuciones poblacionales, $x = (x^1, x^2) \in \Delta^1 \times \Delta^2$. Esta variedad, separa la cuenca de atracción de los atractores $(0, 1; 0, 1)$ y $(1, 0; 1, 0)$ del sistema (23). ■

Nótese que si bien es la variedad estable la que define las cuencas de atracción de uno u otro atractor, es más sencillo hacer referencia, como valor umbral, al punto silla $\bar{P}$, el que se puede calcular fácilmente y a partir del cual podemos dividir al cuadrado unitario en cuatro regiones, dos de las cuales estarán dentro de las cuencas de atracción de los referidos atractores (una en cada una). Esta simplificación nos permitirá obtener algunas recomendaciones de política económica. Teniendo en cuenta esta observación, se deduce que:

1. Considere un par de distribuciones iniciales $x_0 = (x_0^1, x_0^2) \in \Delta^1 \times \Delta^2$ tales que los valores correspondientes a los perfiles altos, sean menores que los respectivos definidos por el umbral $\bar{P} = \left(x_H^{1^*}, x_h^{2^*}\right)$, entonces la economía evolucionará por trayectorias definidas por soluciones del

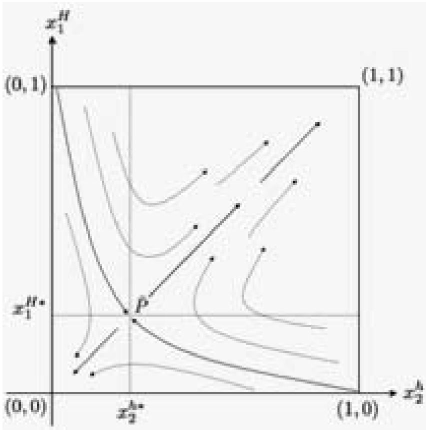

Figura 1: Evolución y equilibrios dinámicos, las condiciones iniciales importan y mucho.

sistema dinámico (23), a lo largo de las cuales, $x^1(t) \in \Delta^1$ es, para todo $t \geq t_0$, una mejor respuesta para $x^2(t)$ y a la vez, $x^2(t) \in \Delta^2$ es una mejor respuesta para $x^1(t)$ para todo $t \geq t_0$, siendo $(x^1(t), x2(t))$ la solución para el sistema (23) con las condiciones iniciales $(x^1_{t_0}, x^2_{t_0})$. Se cumplirá además que $x^1(t) \to (0,1)$ y $x^2(t) \to (0,1)$ con $t \to \infty$. Luego en su conjunto la economía converge al atractor $(0,1;0,1)$.

2. Pero si las condiciones iniciales de la economía, definidas por las distribuciones poblacionales iniciales, $(x^1_0, x^2_0) \in \Delta^1 \times \Delta^2$ son tales que los valores iniciales de los porcentages respectivos x^1_{H0} y x^2_{h0} superan los correspondientes a los valores umbrales definidos por $\bar{P}$, obtendremos trayectorias a lo largo de las cuales la economía converge a $(1,0,1,0)$.

La figura 1 representa graficamente las trayectorias de solución de la dinámica de replicación por imitación $\left(\dot{x}^2_h, \dot{x}^1_H\right)$, determinado bajo el sistema dinámico (23).

Nótese que el punto silla $\bar{P}$ depende de los valores parametricos: C, p y γ, esto es, costos de educación, primas o bonos de eficiencia y tasas impositivas al ingreso. El siguiente enunciado enfatiza la noción de trampa de pobreza.

El equilibrio $(0,0)$ es una trampa de pobreza en el sentido de que si una economía comienza con un número (suficientemente) bajo de agentes de perfil alto experimenta una disminución de agentes de perfil alto que eventualmente no conduce a un agente de perfil alto a ser imitado y asi proliferar. Esto es, la estabilidad para el punto fijo $(0,0)$. Es decir, que una solución $(\tilde{x}^1(t), \tilde{x}^2(t))$ del sistema dinámico (23), con condiciones iniciales abajo del valor umbral, esto es $(\tilde{x}^1(t_0), \tilde{x}^2(t_0)) \leq (x_1^{H^*}, x_2^{H^*})$ (o equivalentemente, en la cuenca de atracción de $(0,0)$) evolucionará con el tiempo hacia el punto $(0,0)$.

Note que la trayectorias que conducen al equilibrio están formadas por perfiles estratégicos evolutivamente estables, por lo que una vez que el sistema se establece en esta trayectoria, los individuos seguirámprefieriendo su respuesta baja, a no ser que el sistema se perturbe lo suficiente como para sacar al sistem de la cuenca de atracción de tal equilibrio. Dichas cuencas de atracción están separadas por la variedad estable correspondiente la pinto silla $\bar{P}$.

6. Vencer la trampa de pobreza

Permítasenos ahora introducir una definición de trampas de pobreza, que resume lo dicho hasta ahora. Para un juego multipoblacional (es decir con 2 o más poblaciones interactuando), en forma normal, en el que por S^i representamos el conjunto de distribuciones posibles sobre las estrategias puras de la $i-$ésima población, siendo $i \in \{1,...,n\}$, (o estrategias mixtas) en el que, un conjunto de normas de conducta definen un sistema dinámico el que a su vez determina el flujo en cada población, de los individuos que según las normas de conducta, pueden modoficar su comportamiento, en cada instante.

Definición 11 ***(Trampas de pobreza)****Entendemos por trampa de po-*

breza, un equilibro de Nash, Pareto dominado, el que es a la vez un estado estacionario del sistema dinámico, determinado por las normas de conducta, que define un atractor local, al que convergen trayectorias conformadas por perfiles estratégicos evolutivamente estables.

Como se ve entonces, salir de una trayectoria que converja a una trampa de pobreza, implica un cambios suficientemente alto de las condiciones iniciales. Este valor es un valor umbral, a partir del cual es posible iniciar un proceso que lleve a un estado estacionario alto. Denotemos al valor umbral como $\bar{P} = \left(x_1^{H^*}, x_2^{h^*}\right)$, la economía convergerá en el tiempo hacia una trayectoria agentes de alto perfil, a partir de un momento que se supere el valor umbral.

Es posible, reducir este valor umbral, lo supone reducir la cuenca de atracción del atractor de bajo perfil, mediante políticas orquestadas por un planificador central. Para lograr este objetivo, debe tenere se en cuenta que:

1. El valor $\frac{C}{p}$ disminuye si el costo de educación C o el valor del premio p sumenta.

2. Con el costo de educación fijo, C, si la probabilidad del seguidor de empalmarse con un líder de alto nivel, σ, disminuye, entonces el número de seguidores con perfil alto también disminuye. Para evitar esta situación, el valor de p deberá ser mayor que C. Por ello, si $\sigma = \frac{1}{2} \geq \frac{C}{p}$ el bono sería el doble del costo de entrenamiento, $p \geq 2C$. Ahora, si el número de seguidores de perfil alto es pequeño, el premio por habilidad p será mucho mayor para estimular a otros agentes de cambiar su conducta actual y unirse al grupo de seguidores con perfil alto.

    a) Disminuyendo el valor de $x_1^{H^*}$: costo de educación C disminuiría, el bono p deberá aumentar, i.e.,

    $$\lim_{C \to 0} x_1^{H^*} = \lim_{p \to \infty} x_1^{H^*} = 0. \tag{28}$$

    Así, se expande totalmente la cuenca de atracción a $(1, 1)$ la cual es un equilibrio de nivel alto.

b) Más aún, la tasa de impuestos γ juega un rol crucial para disminuir el valor $x_2^{h^*}$:

1) suponga que $\gamma \rightarrow 1$, (esto es intervención completa) entonces,
$$\lim_{\gamma\rightarrow 1} x_2^{h^*} = \frac{W-w}{W} = 1 - \frac{w}{W}. \tag{29}$$

2) En cambio si $\gamma \rightarrow 0$, entonces,
$$\lim_{\gamma\rightarrow 0} x_2^{h^*} = \frac{V-u+W-w}{p-(V-v)-(U-u)}. \tag{30}$$

3) De hecho, el valor de γ el cual disminuye $x_2^{h^*}$ a cero es,
$$\gamma^* = \frac{u-V-(W-w)}{u-V} \Rightarrow x_2^{h^*} = 0, \tag{31}$$
tal tasa impositiva deberá ser transformada en su valor igual a un subsidio para los agentes que cambian de bajo perfil al alto perfil. γ^* es ahora un subsidio.

7. Conclusiones

Estudiamos un juego de coordinación y su dinámica evolutiva generada por un conjunto de reglas de conducta, que incluyen la imitación. Los agentes económicos insatisfechos, (revisores) deciden cambiar su comportamientos buscando aquellos que les permitan obtener los mejores resultados. El agente revisor puede optar por diferentes criterios para decidir si cambia o no su estrategia o comportamiento y a qué cambia. Analizamos en este trabajo, un par de criterios posibles, aquel que supone que la conducta seguida por la mayoría es la más exitosa y por lo tanto cada individuo revisor, cambia para la estrategia del primero con el que se encuentra, entendiendo que la conducta seguida por tal individuo, con mayor probabilidad es la de la mayoría. Un criterio un poco más sofisticado, consiste en hacer una muestra aleatoria simple, entre los individuos de su misma población y optar por aquella conducta con mayor utilidad esperada. En el marco de la teoría de juegos, la conducta más exitosa en un momento determinado, depende del comportamiento de los demás en ese momento.

Esta conducta de imitación es racional, en el sentido de que los individuos eligen aquel comportamiento que maximiza su utilidad esperada, no obstante esta racionalidad puede dar lugar a resultados ineficientes desde el punto de vista social. Lo que los individuos imitan depende de las condiciones particulares, y pueden cambiar con éstas. Cuando modificaciones pequeñas en estas condiciones no dan lugar a cambios en la elección de los agentes, decimos que la conducta seguida por los agentes es evolutivamente estable. Bajo estas circunstancias la estrategia evolutivamente estable tiende a generalizarse, pues en la medida en que aparecen nuevos revisores, la probabilidad de que esta sea elegida aumenta, pues sigue siendo la mejor respuestas a las condiciones imperantes. La imitación tiende entonces a replicar el comportamiento de la mayoría. Si se quiere modificar este proceso, deben cambiarse suficientemente las condiciones que hacen que tal comportamiento sea una mejor respuesta.

En este marco, la racionalidad individual puede dar lugar a resultados socialmente eficientes o ineficientes, dependiendo de qué sea lo que con mayor probabilidad imitarán los individuos. Esta probabilidad depende de condiciones iniciales, que determinan cual comportamiento individual es más exitoso en un momento determinado. A partir de fijadas las reglas de conducta, y establecido el sistema dinámico que las representa, las soluciones representarán trayectorias por las que evolucionará la economía. Dependiendo de las condiciones iniciales la trayectoria queda determinada. Esta trayectoria representa un sucesión continua de distribuciones de probabailidad en el conjunto de los comportamientos posibles de los individuos de cada población, que evoluciona con el tiempo y que converge a atractores determindos por el sistema dinámico. Las trampas de pobreza son atractores de bajo desempeño social, y más aun representam perfiles estratégicos evolutivamente estables, lo que las hace más difíciles de vencer.

Así, la economía puede converger a un equilibrio con nivel bajo aun basándose en elecciones racionales de los agentes, entendiendo por nivel bajo una situación en la que predominan los perfieles no deseables. La economía requiere un número límite de agentes con perfil alto o deseable para librar la trampa de pobreza. El número de agentes económicos con nivel alto, inicialmente existentes, que permite a la economía seguir una senda de alto crecimiento, debe ser mayor al umbral $\bar{P} = \left(x_2^{h^*}, x_1^{H^*}\right)$.

Economías donde el número de agentes sobrepasan el nivel de umbral $\bar{P} = \left(x_2^{h^*}, x_1^{H^*}\right)$ pueden vencer una trampa de pobreza, la cual es una posibilidad latente para cualquier país en desarrollo. Tal umbral es principalmente determinado por los costos de entrenamiento o costos de educación, bonos o primas por habilidad, y tasas impositivas al ingreso que deben ser transformadas en subsidios a la educación y a los salarios de eficiencia o al otorgamiento de primas por habilidades. Se concluye entonces que solamente la elección racional libre de los agentes económicos no es suficiente para salir de la cuenca de atracción de una trampa de pobreza, más aun esta convergencia puede verse acelerada, precisamente por el comportamiento racional de los agentes económicos, si las condiciones iniciales no eran las deseables.

Referencias

[1] Accinelli, E,; Brida,G.; London, S. “Crecimiento Económico y Trampas de Pobreza: cuál es el rol del capital humano?”, *Investigación Económica* No. 261 pp. 97-118, (julio-setiembre 2007),

[2] Accinelli, E.; Carrera, E.; London, S. “Dynamic Complementarities, Efficiency and Nash Equilibria for Populations of Firms and Workers”, *Dynamics, games and Sicence in honour of Mauricio Peixoto and David Rand.* To apppear.

[3] Acemoglu, D. (1997), “Training and innovation in an imperfect labor market”, *Review of Economic Studies* 64, 445-64.

[4] Acemoglu, D. (1998), “Why Do New Technologies Complement Skills? Directed Technical Change and WageInequality”, *Quarterly Journal of Economics* 113(4), 1055-1089.

[5] Acemoglu, D. (2002), "Technical Change, Inequality and the Labor Market", *Journal of Economic Literature* 40, 7-72.

[6] J. Apesteguia, S. Huck and J. Oechssler (2007), "Imitation-theory and experimental evidence", *Journal of Economic Theory* 136, pp. 217-235.

[7] Aghion P. and Howitt P. (1999), "On the Macroeconomic Consequences of Major Technological Change", *General Purpose Technologies and Economic Growth,* ed. E. Helpman, Cambridge: MIT Press.

[8] Aghion, P. (2006), "On Institutions and Growth", in Institutions, Development, and Economics Growth, Ed. Theo S. Eicher and García-Peñalosa, Cambridge: The MIT Press.

[9] Azariadis, C. and Starchuski, H. (2005), Poverty Traps in Aghion, P. and Durlauf, S. (eds.) *Handbook of Economic Growth*, Elsevier.

[10] Barret C. and B. Swallow (2006), "Fractal Poverty Traps", *World Development* 34(1), pp. 1-15.

[11] Blackmore, S. (1999), *The Meme Machine*, Oxford; Oxford University Press.

[12] Benhabib J., Spiegel, M. (1994). "The role of human capital in economic development: Evidence from aggregate cross-country data", *Journal of Monetary Economics* 34, 143–173.

[13] Björnerstedt, J. and J.W. Weibull (1996), "Nash Equilibrium and evolution by imitation", *The Rational Foundations of Economic Behaviour*, Eds. K. Arrow et al., Macmillan, London, pp. 155–171.

[14] Bowles, S. Durlauf S., and K. Hoff (2006), *Poverty Traps*, Princeton, Princeton University Press.

[15] Cooper,R., and A. John (1998), "Coordinating coordination failures in keynesian models", *Quarterly Journal of Economics* 103, pp. 441-63.

[16] Durlauf, Steven N. (1996), "A Theory of Persistent Income Inequality", *Journal of Economic Growth* 1, pp. 75-93.

[17] Durlauf, S. (2001), "The Memberships Theory of Poverty: The Role of Group Affiliations in Determining Socioeconomic Outcomes", in *Understanding Poverty in America*, S. Danziger and R. Haveman eds., Cambridge: Cambridge: Harvard University Press.

[18] Durlauf, Steven N. (2003), "Neighborhood Effects", Madison, University of Wisconsin, department of economics, SSRI working paper 2003-17 (prepared for J. Vernon Henderson and Jacques-François Thisse eds., Handbook of Regional and Urban Economics, vol. 4, Economics).

[19] Hendicks, L. (2000). "Equipment investment and growth in developing countries", *Journal of Development Economics* 61, 335–364.

[20] Greenwood, J. and Yorukoglu, M. (1997). "1974", Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 46, 49–95.

[21] Hoff, K. (2001), "Beyond Rosenstein-Rodan: The Modern Theory of Coordination Problems in Development", *Annual World Bank Conference on Development*. The World Bank, pp. 145-176.

[22] Hornstein, A., P. Krusell and G.L. Violante (2005), "The Effects of technical Change on Labor Market Inequalities", in Aghion, P. and Durlauf, S. (eds.) *Handbook of Economic Growth*, Elsevier.

[23] Lavezzi, A. (2006). "On High-Skill and Low-Skill Equilibria: a Markov Chain Approach", *Metroeconomica* 57, 121-157.

[24] Nelson, R.; Phelps, E. (1966), "Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth", *American Economic Review* 61, pp. 69-75.

[25] Polterovich, V. (2008), "Institutional Trap", *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Eds. Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume, Palgrave Macmillan.

[26] Redding, S. (1996), "The Low-Skill, Low-Quality Trap: Strategic Complementarities between Human Capital and R&D", *Economic Journal* 106(435), pp. 458-70.

[27] Selten, R. (1975), "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game Theory* 4(1), pp. 25-55.

[28] Taylor, P. (1979), "Evolutionarily Stable Strategies with Two Types of Player", *Journal of Applied Probability* 16, pp. 76-83.

[29] Weibull, W. J. (1995), *Evolutionary Game Theory*, The Mit Press.

[30] Zeeman, A. C. (1992), "Population Dynamics from Game Theory", in Z. Nitecki and C. Robinson, eds., *Global Theory of Dynamical Systems*, pp. 471-497. Springer-Verlag. Lecture Notes in Mathematics 819.