Modelación del mercado de bonos soberanos en moneda nacional en el Uruguay

Andrés Sosa*

27 de octubre de 2017

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo estimar los rendimientos de la deuda soberana en Uruguay en moneda nacional. Se efectúa la estimación en el mercado nominal (pesos uruguayos) y en el mercado real (indexado a la inflación vía unidades indexadas) con el fin de obtener predicciones en la tasa de inflación futura. El modelo utilizado es Vasicek en uno y dos factores y las técnicas de estimación de parámetros abarcan la metodología del Filtro de Kalman. Los datos utilizados son los precios diarios de títulos emitidos en el Uruguay en el período que abarca desde enero de 2014 a agosto de 2016.

Abstract

The aim of this paper is to estimate the yields on sovereign debt in Uruguay in local currency. The estimates were made in the nominal market (Uruguayan pesos) and in the real market (indexed units) in order to obtain predictions on the future inflation rate. The model used is Vasicek in one and two factors and the parameter estimation include the Kalman Filter methodology. The data used are the daily prices of tickets issued in Uruguay for the period from January 2014 to August 2016.

Palabras Claves: Tasas de Interés, Deuda soberana en Uruguay, Activos indexados a inflación, Modelo de Vasicek, Filtro de Kalman.

Clasificación JEL: E43

*Centro de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad de la República. Iguá 4225, CP 11400, Montevideo, Uruguay. E-mail: asosa@cmat.edu.uy

1. Introducción

Los agentes económicos presentan objetivos financieros basados principalmente en el valor relativo del dinero, más que en su valor nominal. Esta acción, en la actualidad, tiene como consecuencia la existencia y la profundidad del mercado de activos financieros indexados a la inflación. Especialmente, el desarrollo en la emisión de activos indexados a la inflación se ha expandido en el mercado internacional en las últimas décadas provocando que estos activos se integren a los portafolios de una variada gama de agentes financieros.

El objetivo de los activos indexados a la inflación es asegurar el poder adquisitivo mediante la adecuación de los rendimientos del activo a la inflación en el período de tiempo correspondiente.

En el presente trabajo modelamos la deuda soberana en moneda nacional en el mercado nominal y en el mercado real en el Uruguay. Utilizamos el enfoque de modelación vía factores en el modelo de Vasicek al descomponer ambas curvas de rendimientos y las técnicas de estimación de parámetros aplicadas en el trabajo abarcan la metodología del Filtro de Kalman.

La organización del trabajo es la siguiente. En la Sección 2 se desarrolla el marco teórico de los activos indexados a la inflación dando importancia a la emisión en moneda nacional de deuda soberana en el Uruguay. En la Sección 3 se describe brevemente el modelo a utilizar y las técnicas de estimación de parámetros. En la Sección 4 se explican los datos utilizados en cada estimación y los resultados obtenidos. Para finalizar el trabajo, en la Sección 5 se describen las conclusiones y se exponen diversas extensiones del trabajo.

2. Activos en moneda nacional

2.1. Activos indexados a la inflación

Los activos financieros indexados a la inflación tienen características similares a los convencionales, salvo que sus flujos dependen de la evolución general de precios en la economía. En el caso de un bono en el mercado nominal, los flujos a recibir son conocidos en todo el período de tiempo pero el valor real depende de la inflación futura, por lo cual este valor no se conoce en primera instancia. En cambio, para un bono en el mercado indexado el valor real de los flujos es conocido, pero la estructura de flujos nominales no.

El estudio y modelación en estos temas es de sumo interés para la economía de los países. La información que contiene este tipo de estudios es de vital importancia para los responsables de la política monetaria, dado que les permite comprender las presiones inflacionarias en la economía. Diversos trabajos empíricos se han realizado tanto en economías desarrolladas como economías emergentes; entre otros se encuentran [1],[3], [7], [13] y [17].

En el mercado internacional, la demanda de activos indexados se ha incrementado sistemáticamente a través del tiempo, debido especialmente a instituciones financieras de inversión como lo son los fondos de pensión y las compañías de seguros. Estos agentes consideran a esta clase de activos como instrumentos convenientes para alcanzar sus objetivos de cobertura de largo plazo, los que no pueden ser obtenidos únicamente con activos nominales y acciones.

La emisión de activos financieros indexados presenta varios argumentos a favor en la literatura, una discusión sobre estos temas se encuentra en [2], [6] y [8]. Estas emisiones permiten reducir el costo de financiamiento por parte del estado, debido a que como los inversores están dispuestos a obtener una prima por la inflación esperada, la cual no es paga en los bonos reales reflejando un menor rendimiento sobre los instrumentos de deuda que proporcionan dicha protección. A su vez, este mercado es importante debido a que brinda información sobre las tasas de interés reales y las expectativas de inflación que presentan los agentes en el mercado.

A su vez, desde el punto de vista de los agentes inversores, la ventaja principal es la mayor cantidad de instrumentos disponibles en la búsqueda de diversificar sus portafolios y de protección frente a shocks en el nivel de precios a mediano y largo plazo.

Sin embargo, existe discusión sobre la indexación de carácter general. El índice general podría no ser representativo de algunos sectores de la economía, debido a que se realiza el cálculo en base a la composición de una canasta básica. En realidad, existen distintos índices de evolución de precios correspondientes a diversos sectores de la economía, que cubrirían el riesgo específico sectorial de manera más adecuada.

2.2. Unidad Indexada

En el Uruguay, la Unidad Indexada (UI) es un índice de valor que se reajusta de acuerdo a la inflación medida por el Índice de Precios del Consumo (IPC). Esta unidad fue creada en junio de 2002 con el objetivo de generar mecanismos que facilitaran la disponibilidad de nuevas emisiones de activos financieros, con el fin de procurar una mejor gestión en la deuda soberana del país. Esta decisión permitió, sustituir en buena parte, las emisiones históricas de títulos principalmente en moneda extranjera.

El establecimiento de esta nueva moneda fue en concordancia a otros países desarrollados y emergentes, los cuales años anteriores habían creado una nueva moneda nacional indexada a algún índice de precios.

El Instituto Nacional de Estadística (INE) se encarga de realizar el cálculo correspondiente y brinda el precio diario de esta unidad. La variación de la unidad indexada acumulada en un mes es la misma variación acumulada del Índice de Precios del Consumo durante el mes anterior.

2.3. Emisiones en moneda nacional en el Uruguay

En el Uruguay, los activos indexados a la inflación se emitieron por primera vez por el Banco Central del Uruguay (BCU) mediante Letras de Regulación Monetaria en Unidades Indexadas (LRMUI) en setiembre de 2002. En cambio, el Ministerio de Economía comenzó a licitar Letras de Tesorería a 6 meses de vencimiento en diciembre de 2002. Desde estos hechos, la emisión de Letras, Notas y Bonos en esta moneda indexada aumentó significativamente por parte de ambas entidades.

Las emisiones en el mercado indexado ayudaron de manera relevante a disminuir en términos porcentuales la dolarización en que se encontraba la deuda soberana en Uruguay posteriormente a la crisis económica del año 2002. En [14], se describen detalladamente las políticas de endeudamiento que se realizaron en Uruguay post crisis, destacándose como pilar fundamental en el proceso de desdolarización de la deuda, la primera emisión de bonos indexados en setiembre de 2006. En la Figura 1, se observa la evolución trimestral de la deuda en moneda nacional y moneda extranjera después de la primera emisión de bonos en unidades indexadas, teniendo como efecto una menor exposición al riesgo cambiario.

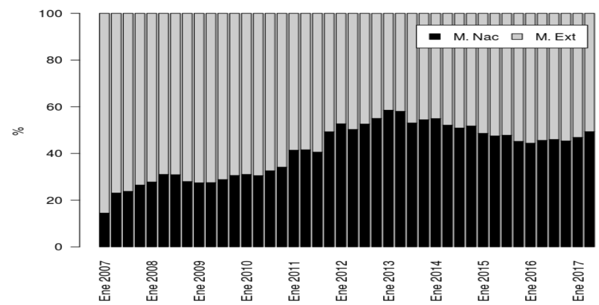

Figura 1: Evolución trimestral del porcentaje de deuda soberana en moneda nacional y en moneda extranjera. Enero 2007 - Junio 2017.

En la Figura 1, dentro de la deuda en la moneda nacional se encuentran tres categorías: emisiones en pesos uruguayos (nominales); emisiones en unidades indexadas y emisiones en Unidades Reajustables (UR), indexada al índice medio de salarios. En Figura 2 se observa detalladamente los niveles de deuda soberana circulante actual diferenciado por categorías.

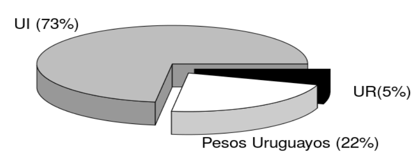

Figura 2: Porcentaje de deuda en moneda nacional en Junio 2017.

En rasgos generales, la actual emisión en el mercado doméstico de deuda en moneda nacional se ajusta a la implementación de calendarios semestrales proveyendo una oferta continúa de títulos al mercado. La deuda actual en pesos uruguayos está conformada por emisiones de Letras de Regulación Monetaria con plazos de vencimiento que oscilan entre 1 mes y 1 año y reaperturas de dos series de Notas de Tesorería con vencimientos respectivos en 2018 y en 2019. A su vez, en junio de 2017 se emitió por primera vez un Bono Global en Pesos Uruguayos con vencimiento en 2022. En cambio, la deuda actual en unidades indexadas está conformada por una variada gama de activos como lo son 11 series de Notas de Tesorería con vencimientos que varían entre agosto de 2017 y noviembre de 2025, 2 bonos locales con vencimiento en los años 2018 y 2020 y 5 bonos globales con vencimiento que oscilan entre el año 2018 y el año 2037. En cuanto al circulante de cada activo, el bono que domina el mercado es el bono global con vencimiento en 2028.

3. Modelación y estimación de parámetros

3.1. Modelo de Vasicek

En su clásico artículo [16], Vasicek propone un modelo para la tasa de interés instantánea (short rate) a través de una ecuación diferencial estocástica dirigida por un movimiento browniano

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t, \qquad r_0 = r_0;$$

donde a, b y σ son constantes positivas y $\{W_t\}$ es un movimiento browniano definido en un espacio de probabilidad filtrado $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}, P)$. La solución a esta ecuación es conocida como el proceso Ornstein-Uhlenbeck. Este define un camino aleatorio con la propiedad de revertir a la media. Dado el conjunto de información en tiempo s, la tasa de interés instantánea r_t tiene distribución normal de parámetros

$$\mathbf{E}\left(r_t|\mathcal{F}_s\right) = r_s e^{-a(t-s)} + b\Big(1 - e^{-a(t-s)}\Big); \tag{1}$$

$$\mathbf{var}(r_t|\mathcal{F}_s) = \frac{\sigma^2}{2a}\Big(1 - e^{-2a(t-s)}\Big). \tag{2}$$

El precio del bono de vencimiento τ puede ser obtenido calculando el valor esperado descontado con respecto a la medida de riesgo neutral Q. Esta cantidad puede ser explicitada en un modelo afin, cuya solución es

$$P(\tau) = e^{A(\tau) - B(\tau) r_t}; \tag{3}$$

donde

$$A(\tau) = \big(b - \frac{\sigma^2}{2a^2}\big)(B(\tau) - \tau) - \frac{\sigma^2}{4a} B(\tau)^2;$$
$$B(\tau) = \frac{1}{a}\Big(1 - e^{-a\tau}\Big).$$

A su vez, en vista de la definición de rendimientos de bonos, de la ecuación (3) se obtiene que

$$Z(\tau) := \frac{-\log(P(\tau))}{\tau} = \frac{-A(\tau)}{\tau} - \frac{B(\tau)}{\tau} r_t. \tag{4}$$

Este modelo es fácilmente generalizado a N factores, siendo solamente necesario explicitar la estructura de covarianza entre los factores de aleatoriedad. Sin embargo, en este trabajo todos los factores de aleatoriedad son independiente con el fin de disminuir la cantidad de parámetros a estimar, reduciendo la dificultad numérica. Modelamos la tasa de interés instantánea por medio de la ecuación

$$r_t = \sum_{i=1}^{i=N} y_t^i;$$

donde cada factor y^i cumple la ecuación diferencial dada por las fórmula

$$dy_t^i = a_i(b_i - y_t^i)dt + \sigma_i dW_t^i, \qquad i = 1, \ldots, N. \tag{5}$$

Bajo el mismo análisis que en el caso univariado, se obtiene que el precio de los bonos cupón cero de vencimiento τ está dado por la ecuación

$$P(\tau) = e^{A(\tau) - \sum_{i=1}^{i=N} B_i(\tau) y_t^i};$$

donde para cada $i = 1, \ldots, N$ se cumple que

$$\begin{aligned} B_i(\tau) &= \frac{1}{a_i}(1 - e^{-a_i\tau}); \\ A(\tau) &= \sum_{i=1}^{i=N} \big(b_i - \frac{\sigma_i^2}{2a_i^2}\big)(B(\tau) - \tau) + \frac{\sigma_i^2 B_i^2(\tau)}{4a_i}. \end{aligned}$$

Análogamente a la ecuación (4), obtenemos que el rendimiento de un bono con vencimiento τ es

$$Z(\tau) := -\frac{\log(P(\tau))}{\tau} = -\frac{A(\tau)}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^{i=N} B_i(\tau) y_t^i}{\tau}. \tag{6}$$

3.2. Modelación en el mercado nominal y en el mercado real

En la literatura, la modelación estocástica de la tasa de inflación puede ser tomada como análoga a la modelación del tipo de cambio [4]. En general, se pueden convertir los valores nominales en reales simplemente dividiendo sobre el índice de ajuste. Por lo cual, es evidente que es posible estimar la dinámica de la evolución de la unidad indexada teniendo como información los mercados de activos nominales y reales. Entre otras referencias bibliográficas se encuentra [15].

Con el fin de modelar, nos situamos en un espacio de probabilidad filtrado $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}, P)$ donde la tasa de interés nominal y real instantánea son modeladas vía

$$r_t^{Nom} = \sum_{i=1}^{i=N} x_t^i; \qquad r_t^{Real} = \sum_{i=1}^{i=N} y_t^i;$$

donde cada factor x^i y y^i sigue la dinámica (5) debiéndose estimar sus parámetros utilizando datos de los dos mercados. Bajo esta modelación, la idea subyacente es que vía los factores, la dinámica de los bonos en moneda nominal reflejen las variables macroeconómicas que influyen en las tasas de interés como son el desarrollo económico, la inflación esperada y acciones en la politica monetaria. En cambio, los factores en la dinámica de los bonos indexados reflejarían las mismas variables económicas excluyendo la inflación esperada.

La modelación es realizada con el fin de comparar los rendimientos en el mercado nominal y en el mercado indexado, siendo necesario observar sus curvas de rendimientos. Mediante estas curvas se puede obtener la tasa de inflación de equilibrio. Esta es la tasa de inflación teórica para un determinado tiempo que hace que el valor real de los flujos de un bono nominal sea igual al valor de un bono indexado. Esta es la relación que hace que el comprador de un activo sea indiferente entre ambos mercados. Por lo cual, si la tasa de inflación de equilibrio es mayor que la tasa de inflación esperada, el mercado nominal es más atractivo que el indexado. En caso contario, es preferible el mercado indexado.

3.3. Filtro de Kalman

En el trabajo aplicamos una técnica que explota la relación afin entre el rendimiento del bono y los factores en el modelo de Vasicek. La metodología aplicada se denomina el Filtro de Kalman, siendo un algoritmo que implementa un estimador del tipo pedictor corrector que se actualiza una vez que la nueva observación se convierte en disponible [12].

En este caso, describimos el modelo en dos factores que es utilizado en el trabajo, sin embargo es posible generalizarlo para N factores de manera sencilla. La idea principal es reformular el modelo mediante un modelo de espacio-estado, obteniendo la ecuación de transición y la ecuación de medida. En [11], se desarrolla esta metodología para el caso de la deuda soberana en Canadá.

Para la estimación de los parámetros utilizamos un panel de n rendimientos de bonos de vencimientos $T^1, \ldots, T^n$ en tiempo t denotados por $z(\tau_t^1), z(\tau_t^2), \ldots, z(\tau_t^n)$, donde $\tau_t^j = T^j - t$. En el trabajo, utilizamos una mayor cantidad de bonos con diferentes vencimientos que factores en el modelo, con lo cual podríamos obtener estimaciones de los parámetros no consistentes. Por tal razón, introducimos errores entre los rendimientos observados y los rendimientos teóricos. Esta introducción puede justificarse en características del mercado como lo es el spread entre precio de compra y precio de venta, observar [5].

Para discretizar el modelo, el intervalo de tiempo analizado $[0, T]$ se divide en m intervalos iguales donde consideramos $t_i = iT/m$ para $i \in \{1, ..., m\}$. Denotamos mediante $\Delta_t = t_{i+1} - t_i = T/m$ la longitud de cada intervalo.

La ecuación de transición es obtenida discretizando la dinámica de los factores del modelo. En nuestro caso particular la solución es un proceso de Ornstein Uhlenbeck, el cual presenta momentos conocidos que se expresan mediante las ecuaciones (1) y (2). La ecuación matricial de transición es

$$\underbrace{\begin{pmatrix} y_{t_i}^1 \\ y_{t_i}^2 \end{pmatrix}}_{y_{t_i}} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1(1 - e^{-a_1 \Delta_t}) \\ b_2(1 - e^{-a_2 \Delta_t}) \end{pmatrix}}_{\alpha} + \underbrace{\begin{pmatrix} e^{-a_1 \Delta_t} & 0 \\ 0 & e^{-a_2 \Delta_t} \end{pmatrix}}_{\phi} \underbrace{\begin{pmatrix} y_{t_{i-1}}^1 \\ y_{t_{i-1}}^2 \end{pmatrix}}_{y_{t_{i-1}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mu_{t_i}^1 \\ \mu_{t_i}^2 \end{pmatrix}}_{\mu_{t_i}}; \qquad (7)$$

donde $\mu_{t_i} | F_{t_{i-1}} \approx N(0, Q)$ y

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1^2}{2a_1}(1 - e^{-2a_1 \Delta_t}) & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2^2}{2a_2}(1 - e^{-2a_2 \Delta_t}) \end{pmatrix}.$$

Dada la ecuación de rendimientos de bonos (6) y la introducción de errores entre los rendimientos observados y los teóricos la ecuación matricial de medida es

$$\underbrace{\begin{pmatrix} z(\tau^1_{t_i}) \\ z(\tau^2_{t_i}) \\ \vdots \\ z(\tau^n_{t_i}) \end{pmatrix}}_{z_{t_i}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{-A(\tau^1_{t_i})}{\tau^1_{t_i}} \\ \frac{-A(\tau^2_{t_i})}{\tau^2_{t_i}} \\ \vdots \\ \frac{-A(\tau^n_{t_i})}{\tau^n_{t_i}} \end{pmatrix}}_{A_{t_i}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{B_1(\tau^1_{t_i})}{\tau^1_{t_i}} & \frac{B_2(\tau^1_{t_i})}{\tau^1_{t_i}} \\ \frac{B_1(\tau^2_{t_i})}{\tau^2_{t_i}} & \frac{B_2(\tau^2_{t_i})}{\tau^2_{t_i}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{B_1(\tau^n_{t_i})}{\tau^n_{t_i}} & \frac{B_2(\tau^n_{t_i})}{\tau^1_{t_i}} \end{pmatrix}}_{B_{t_i}} \underbrace{\begin{pmatrix} y^1_{t_i} \\ y^2_{t_i} \end{pmatrix}}_{y_{t_i}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \nu^1_{t_i} \\ \nu^2_{t_i} \\ \vdots \\ \nu^n_{t_i} \end{pmatrix}}_{\nu_{t_i}}; \qquad (8)$$

donde $\nu_t \approx N(0, R)$ y

$$R = \begin{pmatrix} \epsilon_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \epsilon_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \epsilon_n^2 \end{pmatrix}.$$

Las ecuaciones (7) y (8) representan la forma de espacio-estado del modelo de Vasicek en dos factores. Estas ecuaciones pueden ser resumidas como

$$\begin{aligned} y_{t_i} &= \alpha + \phi y_{t_{i-1}} + \mu_{t_i}; \\ z_{t_i} &= A_{t_i} + B_{t_i} y_{t_i} + \nu_{t_i}; \end{aligned}$$

donde el Filtro de Kalman puede ser utilizado para obtener información de los factores y_t desde los rendimientos de los bonos z_t. El desarrollo teórico de esta metodología se encuentra en diversas referencias como por ejemplo [10]. En resumen, esta técnica se expresa como un conjunto de ecuaciones donde se obtiene una primera aproximación de los factores utilizando su distribución condicional a las estimaciones anteriores (ecuaciones de predicción) para posteriormente ser actualizadas las estimaciones utilizando el nuevo dato del mercado z_t (ecuaciones de actualización). Ambos conjuntos de ecuaciones se resumen en

$$\begin{aligned} y_{t_i|t_{i-1}} =& \mathbf{E}(y_{t_i}|\mathcal{F}_{t_{i-1}}) = \alpha + \phi y_{t_i|t_{i-1}}; \\ P_{t_i|t_{i-1}} =& \mathbf{E}((y_{t_i} - y_{t_i|t_{i-1}})(y_{t_i} - y_{t_i|t_{i-1}})|\mathcal{F}_{t_{i-1}}) = \phi P_{t-1|t-1} \phi^t + Q; \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
K_{t_i} &= P_{t_i|t_{i-1}} B_{t_i}^T (B_{t_i} P_{t_i|t_{i-1}} B_{t_i}^T + R)^{-1};\\
y_{t_i|t_i} &= y_{t_i|t_{i-1}} + K_t (z_t - A_{t_i} - B_{t_i} y_{t_i|t_{i-1}});\\
P_{t_i|t_i} &= (Id - K_{t_i} B_{t_i}) P_{t_i|t_{i-1}}.
\end{aligned}
$$

Estas ecuaciones deben ser iteradas para cada instante de tiempo t_i en el panel de datos. Vale la pena destacar que es necesario actualizar los valores iniciales en las ecuaciones de predicción, que denotaremos como $y_{0|0}$ y $P_{0|0}$.

Con el fin de realizar la estimación de parámetros del modelo, en cada instante de tiempo se construye la función de verosimilitud gaussiana que es dada por la fórmula

$$
\begin{aligned}
\log L(z, \Psi) &= \sum_{t=1}^{T} \log(z_{t_i} | \mathcal{F}_{t_{i-1}})\\
&= -\frac{nT}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \log |H_{t_i}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \zeta_t^T H_{t_i}^{-1} \zeta_{t_i}; \qquad (9)
\end{aligned}
$$

donde $\zeta_{t_i} = z_{t_i} - A_{t_i} - B_{t_i} y_{t_i|t_{i-1}}$ y $H_{t_i} = B_{t_i} P_{t_i|t_{i-1}} B_{t_i}^T + R$.

Todos los valores de la fórmula (9) son obtenidos como resultado de aplicar el Filtro de Kalman. Sin embargo, la optimización de la función requiere aplicar técnicas no lineales para su resolución. En el trabajo aplicamos la técnica denominada Expectation Maximization [10]. Como lo indica su nombre el algoritmo alterna dos pasos: el de esperanza y el de maximización. En el paso de esperanza, se obtienen valores esperados condicionados de la variable latente y y de su covarianza P con los cuales se expresa la función de esperanza de verosimilitud. En el paso de maximización, el valor esperado de la máxima verosimilitud es optimizado con respecto a los parámetros, obteniendo estimaciones de ellos. Los parámetros obtenidos son nuevamente utilizados para realizar la próxima iteración.

4. Resultados Empíricos

4.1. Datos

En el trabajo utilizamos dos bases de datos, cada una de ellas asociada a una moneda en cuestión: pesos uruguayos (mercado nominal) y unidades indexadas (mercado real). Las bases de datos abarcan el mismo período de tiempo, desde el 2 de enero de 2014 al 31 agosto de 2016 siendo de carácter diario ambas.

En el caso del mercado nominal los activos que son utilizados son las Letras de Regulación Monetaria a 1 mes, 3 meses, 6 meses y 1 año de plazo respectivamente y las dos series de Notas de Tesorería.

En el caso del mercado indexado a la inflación, se consideran tres Notas de Tesorería que tienen vencimiento en los años 2017, 2019 y 2020, dos bonos locales con vencimiento en 2018 y 2020 y dos bonos globales con vencimiento en 2018 y 2028.

4.2. Análisis de ambos mercados en el Uruguay

Para el análisis se utilizan modelos de uno y de dos factores. En el caso de la modelación en un factor, si bien los resultados estimados tienen interpretación significativa, resulta que los rendimientos de los bonos se encuentran perfectamente correlacionados con su vencimiento; siendo esta propiedad no observada en las curvas de rendimientos del mercado. A pesar de lo anterior, su principal utilidad es comparar el comportamiento de los rendimientos entre los dos mercados de acuerdo a los parámetros estimados. Con el fin obtener mejores ajustes a los precios observados en el mercado, se utiliza el modelo en dos factores que permite mayor versatilidad en las curvas de rendimiento, eliminando la propiedad de la correlación entre los vencimientos en el modelo de un factor.

Los resultados obtenidos en ambos mercados en el caso de un factor se observan en el Cuadro 1. Tanto la tasa de largo plazo como la volatilidad es mayor en el mercado nominal que en el mercado indexado, sin embargo la velocidad a revertir a la media es mayor en el mercado indexado. Los resultados obtenidos están en concordancia a los esperados según la literatura.

Con el fin de obtener mejor ajuste a los precios diarios del mercado se estudia el modelo de dos factores. Los resultados obtenidos se observan en Cuadro 2. Estos resultados nos permiten descomponer las curvas de rendimiento obtenidas en el modelo de dos factores en ambos mercados en la Figura 3. Como era de esperar, al comparar los rendimientos en los retornos en el mercado indexado, estos presentan menor volatilidad que los rendimientos en el mercado nominal para todos los vencimientos analizados.

El primer factor en ambos modelos de dos factores, acapara la mayor

	Pesos Uruguayos	U. Indexada
a	0.347851	0.683704
b	0.124560	0.055365
σ	0.041862	0.016890
ϵ_1	0.009449	0.006503
ϵ_2	0.009714	0.002315
ϵ_3	0.008932	0.001445
ϵ_4	0.004888	0.002301
ϵ_5	0.003245	0.001794
ϵ_6	0.002651	0.000903
ϵ_7	-	0.003155

Cuadro 1: Un factor

	Pesos Uruguayos	U. Indexada
a_1	0.539109	0.478106
a_2	0.114363	0.035019
b_1	0.096547	0.043008
b_2	0.018565	0.018637
σ_1	0.021231	0.015759
σ_2	0.012710	0.002805
ϵ_1	0.009092	0.006441
ϵ_2	0.009378	0.002132
ϵ_3	0.006441	0.000343
ϵ_4	0.002132	0.001550
ϵ_5	0.000343	0.001551
ϵ_6	0.001550	0.000668
ϵ_7	-	0.000697

Cuadro 2: Dos factores

variación en el nivel de los rendimientos de corto plazo presentando mayor reversión a la media que el segundo factor. Esencialmente, el segundo factor es utilizado para explicar los movimientos en la curva a mediano y largo plazo. Con respecto a los errores estimados los resultados obtenidos son los esperados, debido a que se observan que en ambos modelos en el caso de dos factores los errores tienen menor variabilidad con respecto al caso de un factor.

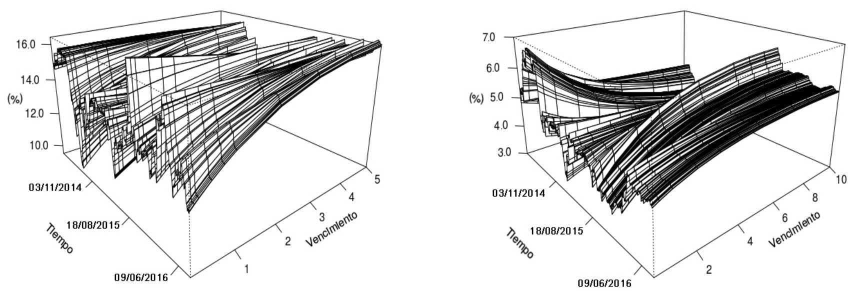

Figura 3: Curvas de Rendimiento en el mercado nominal (izquierda) y en el mercado indexado (derecha)

5. Conclusiones

En el presente trabajo se estiman las curvas de rendimiento en la deuda soberana uruguaya en moneda nacional utilizando el modelo de Vasicek para uno y dos factores. Estos resultados están divididos principalmente en dos categorías: mercado nominal (expresado en pesos uruguayos) y mercado indexado a la inflación (expresado en unidades indexadas).

En el análisis en un factor, los resultados de la estimación de parámetros son acordes a lo que se esperaba de acuerdo a su interpetación. Sin embargo, son necesarios más factores en el modelo con el fin de realizar un mejor ajuste a los precios observados de los activos financieros del mercado.

El principal resultado obtenido en el análisis en dos factores, es que los rendimientos en los retornos en el mercado indexado presentan menor volatilidad que en el mercado nominal para todos los vencimientos analizados. Esto se debe a que las variaciones en los rendimientos en el mercado nominal absorben las oscilaciones en la tasa de inflación esperada, la cual se modifica de acuerdo a la información proporcionada en la economía.

El trabajo puede ser generalizado en diversas direcciones. La más evidente es agregar más factores al modelo, sin embargo no se considera una relevante opción porque el ajuste con dos factores ya es lo suficientemente bueno en cuanto a estructura de las curvas de rendimiento que se observan en el mercado uruguayo. Asimismo, se pueden utilizar otras clases de modelos de tasas de interés, como pueden ser los modelos derivados mediante la metodología Heath-Jarrow-Morton, o bien modelos de tasas de interés de manera conjunta en ambos mercados que incluyan la evolución de la tasa de inflación.

Referencias

[1] Ang, A. and Ulrich, M., *Nominal Bonds, Real Bonds and Equity.* Working Paper - Columbia University (2012).

[2] Artus, P., *Determinants of demand for inflation-indexed bonds.* CDC IXIS CapitalMarkets, (2001).

[3] Barr, D. and Campbell, J., *Inflation, real interest rate and the bond market: a study of UK nominal and index-linked government bond price.* Working Paper - National Bureau of Economic Research (1996).

[4] Brigo, D. and Mercurio, F., *Interest Rate Models Theory and Practice with Smile, Inflation and Credit.* Second Edition Springer Verlag (2006)

[5] Chen, R. and Scott, L., *Maximum likelihood estimation for a multi factor equilibrium model of the term structure of interest rates.* The Journal of Fixed Income, 1993.

[6] Deacon, M., Derry, A. and Mirfendereski, D., *Inflation-indexed securities: bonds, swaps and other derivatives.* New York: Wiley Finance, second edition, (2004).

[7] Ejsing, J. and García, J. and Werner, T.. *Estimating real and inflation term structures using euro area inflation-linked bond data.* ECB Working Paper series, (2007).

[8] Fischer, S., *The demand for index bonds.* Journal of Political Economy, 83(3), 509-534 (1975).

[9] García, J. and van Rixtel, A., *Inflation-linked bonds from a Central Bank perspective.* Working Paper - European Central Bank (2007).

[10] Harvey, A., *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter.* Cambridge University Press (1992).

[11] Jamieson, D. , *Affine Term Structure Models: Theory and Implementation.* Working Paper - Bank of Canada (2001).

[12] Kalman, R., *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems.* Journal of Basic Engineering 82, 35-45 (1960).

[13] Kitamura, Y., *Information content of inflation-indexed bond prices: evaluation of U.S. Treasury Inflation-Protection Securitiess.* Bank of Japan, Monetary and Economic Studies, 22(3),115-143, (2004).

[14] Mordecki, G., García, S., Leiva, A., Miranda, R. and Rodríguez, S., *Crisis, recuperación y auge: 15 años de política económica en Uruguay (2000-2014).* Instituto de Economía, Universidad de la República, (2015).

[15] Sack, B, *Deriving inflation expectations from nominal and inflation-indexed Treasury yields.* Board of Governors of the Federal Reserve System, Finance and Economics Discussion Series No 2000-33, (2000).

[16] Vasicek, O., *An equilibrium characterization of the term structure.* Journal of Financial Economics 5, 177-188, (1977).

[17] Woodward, T., *The real thing: a dynamic profile of the term structure of real interest rates and inflation expectations in the United Kingdom, 1982-89.* Journal of Business, 63(3), 373-398, (1990).