PERSPECTIVAS *Revista de Análisis de Economía, Comercio y Negocios Internacionales*
Volumen 11 / No. 2 / Julio - Diciembre 2017 / 41-52
ISSN 2007-2104

Problemas de asignación de primas

Oliver Antonio Juárez Romero
Centro de Investigación en Matemáticas A.C.
Guanajuato, México
ojuarez@cimat.mx

Resumen

En este trabajo estudiamos el problema de determinar las primas que cada uno de los beneficiarios deben pagar en un seguro colectivo. Primeramente se presenta la forma en la que se modela y se resuelve este problema desde el punto de vista de teoría de juegos cooperativos y posteriormente se proponen dos reglas alternativas. Se utiliza el enfoque axiomático con el propósito de caracterizar estas reglas y de esta manera justificar su uso práctico.

Palabras clave: Métodos subadditivos; Regla de asignación de la prima; Utilidad constante por monto asegurado; Preservación de diferencias incrementales.
Clasificación JEL: C71

Abstract

In this paper we study the problem of determining the premiums that each of the beneficiaries must pay in collective insurance. Firstly, it presents the way in which this problem is modeled and solved from the point of view of cooperative game theory and then proposes two alternative rules. The axiomatic approach is used with the purpose of characterizing these rules and in this way justifying their practical use.

Keywords: Subadditive methods; Premium allocation rules; Constant profit by insured amount; Preservation of incremental differences.
JEL classification: C71

1. Introducción

El tema de este trabajo es la distribución de la prima de un seguro colectivo que es contratado por un grupo de agentes. Este problema fue inicialmente estudiado, desde la perspectiva de la teoría de juegos cooperativos, por Borch (1962) y Lemaire (1991). En ambos trabajos los autores se limitan a definir un juego cooperativo adecuado y aplicar las soluciones más conocidas para el juego propuesto. Recientemente, Csóka et al (2016), (2009) y Kalkbrener (2005) han impulsado esta línea de investigación proponiendo diferentes formas de definir el juego y soluciones que toman en cuenta aspectos relevantes del seguro colectivo. El trabajo de Kalkbrener (2005) es un ejemplo sobre la importancia del método axiomático para caracterizar reglas de asignación de la prima. Para un estudio más detallado de las ideas anteriores ver Kriele et al (2014).

Para llevar a cabo nuestra modelación nos referiremos a los agentes como los *beneficiarios* del seguro. Llamaremos a una forma de repartir la prima del seguro colectivo una *asignación* y supondremos que existe una autoridad dentro del grupo que tiene el interés realizar una asignación entre los agentes. Como dato inicial suponemos que cada agente enfrenta la incertidumbre de tener una pérdida económica en el futuro. Indentificaremos esta incertidumbre como el *riesgo* del agente. Con lo anterior en mente, el problema se describe de la siguiente manera: con el fin de que un grupo de agentes se "despreocupen" por sus riesgos éstos deben de pagarle a una aseguradora una cantidad de dinero denominda *prima*, a cambio la aseguradora se comprete a absorber sus pérdidas en caso que se dieran, así ¿cuánto debe de aportar cada beneficiario al pago de la prima?

Nuestra posición es la de abordar el problema con el fin de proponer reglas de asignación que tomen en cuenta la situación inicial de los beneficiarios del seguro, por ejemplo que las primas de dos agentes cualesquiera deben generarles la misma utilidad proporcionalmente a los montos asegurados de cada uno.

La organización del trabajo es como sigue: En la Sección 2 introducimos el problema y presentamos la forma en que se modela desde la perspectiva de la teoría de juegos cooperativos. En la Sección 3 proponemos y caracterizamos dos nuevas reglas. En la Sección 4 presentamos las conclusiones y trabajo a futuro.

2. Notación y definiciones

Sea $N = \{1, 2, \cdots, n\}$ un conjunto de agentes, cada uno de los cuales puede sufrir un daño que representaría una una pérdida económica $m_i \in \mathbb{R}_+$, con una probabilidad $q_i \in [0, 1]$. Dado S un subconjunto arbitrario de N, se dirá que

S es un subcolectivo del colectivo N. Se asume que los miembros en S pueden contratar un seguro para protegerse contra sus pérdidas. Un método ρ para calcular la prima del seguro es necesario. Un problema de asignación de la prima ocurre cuando el método ρ es subaditivo, es decir, cuando la prima de cualquier subcolectivo es menor o igual que la suma de las correspondientes primas de cada uno subcolectivos individuales que son calculadas usando el mismo método.

Un ejemplo de este tipo de métodos es el *principio de la desviación estándar*, en donde la prima que deben pagar los miembros en S, al contratar el seguro, está dada por la siguiente expresión:

$$\rho_S = \sum_{i \in S} m_i q_i + \beta \left(\sum_{i \in S} m_i q_i (1 - q_i) \right)^{\frac{1}{2}} \qquad \forall S \subseteq N. \tag{1}$$

con $\beta > 0$ [1] Dado que

$$[m_i q_i (1 - q_i) + m_j q_j (1 - q_j)]^{\frac{1}{2}} \leq [m_i q_i (1 - q_i)]^{\frac{1}{2}} + [m_j q_j (1 - q_j)]^{\frac{1}{2}}, \qquad \forall i, j \in N, \tag{2}$$

se tiene que la prima del colectiva para el grupo $\{i, j\}$, verifica que

$$\rho_{\{i,j\}} \leq \rho_{\{i\}} + \rho_{\{j\}}, \qquad \forall i, j \in N. \tag{3}$$

En este trabajo solamente se consideran métodos subaditivos.

Definición 1. *Un problema de asignación de la prima o simplemente un problema, el cual se denotará por Γ, está definido por la cuaterna*

$$\Gamma = (N, m, q, \rho), \tag{4}$$

donde N es el conjunto de beneficiarios, m es el vector de montos asegurados, q es el vector de probabilidades de sufrir la pérdida del monto asegurado y ρ es un método subaditivo que detemina la prima que deben pagar cualquier colectivo $S \subseteq N$.

Denotamos por $I^{N,\rho}$ al conjunto de todos los problemas de asignación de la prima en donde están fijos el conjunto N de beneficiarios y ρ el método subaditivo para calcular la prima. Al problema (N, m, q, ρ) lo identificaremos con (m, q).

[1] El valor de β se toma usualmente igual a 3, ver Borch (1962) para una explicación detallada.

Ejemplo 2. *Considerar el problema de asignación de la prima* (m, q) *en donde los montos asegurados están dados por* $m = (100, 100, 120)$ *y las probalidades de sufrir la pérdida de estos montos son q=(0.1,0.2,0.3) respectivamente. Tenemos tres beneficiarios,* $N = \{1, 2, 3\}$*, y el método utilizado es el principio de la desviación estándar. Los subcolectivos S y sus correspondientes primas son mostrados en la tabla siguiente.*

S	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
ρ_S	19	32	51	45	63.4	75.2	87

Observar que una disminución considerable en la prima se obtiene cuando se forma cualquier subcolectivo. En particular

$$\rho_N = 87 < 102 = \sum_{i \in N} \rho_{\{i\}}. \tag{5}$$

Como en el ejemplo anterior, dos preguntas se originan en los problemas de asignación de la prima.

- ¿Cómo asignar este ahorro entre los beneficiarios?
- ¿Qué propiedades debe tener la regla de asignación aplicada?

Definición 1. *Una regla de asignación de la prima es un operador* $\varphi : I^{N,\rho} \to \mathbb{R}^n$ *que asocia a cada problema* (m, q)*, un vector*

$$\varphi(m, q) = (\varphi_i(m, q))_{i \in N} \in \mathbb{R}^n, \tag{6}$$

donde $\varphi_i(m, q)$ *indica la contribución al pago de la prima que debe realizar el beneficiario* $i \in N$ *por asegurar su monto* m_i*.*

Una forma de obtener reglas de la asignación de la prima es utilizando algunos de los conceptos y soluciones de la teoría de juegos cooperativos la cual describiremos a continuación:

Definición 2. *Un juego cooperativo es un par* (N, v)*, donde N es un conjunto finito de jugadores y* $v : 2^N \to \mathbb{R}$ *una función que asigna a cada coalición* $S \subseteq N$ *un valor,* $v(S)$*, satisfaciendo* $v(\emptyset) = 0$*.*

Para cada $S \in 2^N$, el número real $v(S)$ se interpreta como la valía que los jugadores en S pueden obtener si ellos deciden cooperar. Dado el juego v, uno de los problemas que se abordan en juegos cooperativos es la distribución de $v(N)$, asumiendo que la gran coalición N se forma entre los jugadores en N. Denotaremos por J^N el conjunto de todos los juegos con N como conjunto de jugadores.

Observar que a cada problema $(m, q) \in I^{N,\rho}$ le podemos asociar un juego $v \in J^N$ definido por

$$v^\rho(S) = \rho_S, \quad \forall S \subseteq N. \tag{7}$$

Una distribución de $v(N)$ es cualquier vector $x \in \mathbb{R}^n$, donde x_i representa el valor asignado al jugador i en el juego. A los vectores $x \in \mathbb{R}^n$ se les denomina *vectores de pago*. Así, el problema se puede parafrasear como encontrar un vector de pagos x que sea "justo" dadas las condiciones del juego v. Para contestar esta interrogante, en general, se define una función ϕ que asocia a cada juego (N, v) un vector de pagos $x \in \mathbb{R}^n$.

Definición 3. *Un valor o solución es un operador $\phi : J^N \to \mathbb{R}^n$, que asocia a cada juego $v \in J^N$ un vector de pagos $\phi(v) := (\phi_i(v))_{i \in N} \in \mathbb{R}^n$.*

Denotamos por $\Lambda := \{\phi \mid \phi : J^N \to \mathbb{R}^n\}$ el conjunto de valores. Luego se pide que $\phi \in \Lambda$ satisfaga propiedades deseables y que éstas la determinen unívocamente. Estas propiedades deben de ser sencillas, pocas y deseables. Implícitamente se supone que si los jugadores están de acuerdo con las propiedades que se utilizan para determinar la función ϕ, entonces también lo deben de estar con la solución que se desprende ella. Cuando se consigue esto, se dice que se ha caracterizado la solución ϕ. El caso más conocido en juegos cooperativos es el valor de Shapley, el cual fue caracterizado por Shapley (1953).

Definición 4. *El valor de Shapley es el valor $Sh \in \Lambda$, el cual para cada jugador $i \in N$ es dado por:*

$$Sh_i(v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{s!(n-s-1)!}{n!} \big[v(S \cup \{i\}) - v(S)\big]. \tag{8}$$

Siguiendo la metodología descrita anteriormente, Shapley (1953) obtiene el siguente resultado:

Teorema 1 (Shapley, (1953))**.** *El valor dado en (8) es el único valor que satisface los axiomas de eficiencia, nulidad, simetría y linealidad.*

Otra solución importante en la teoría de juegos cooperativos es la de *núcleo de un juego.* Este concepto de solución fue propuesto por Gillies (1953).

Definición 5. *El núcleo de un juego* $(N, v) \in J^N$ *es el subconjunto* $C(N, v) \subseteq \mathbb{R}^n$ *dado por*

$$C(N, v) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i \in S} x_i \geq v(S), \sum_{i \in N} x_i = v(N) \right\}. \tag{9}$$

Cualquier vector de pago $x \in C(N, v)$ tiene las siguientes dos propiedades:

(i) Toda coalición obtiene con el vector de pago x al menos lo que ella consigue en el juego (N, v) y

(ii) el monto dsitribuido entre los agentes bajo el vector de pago x es precisamente $v(N)$.

Un resultado importante sobre el juego asociado es el siguiente

Teorema 2 (Denault (2001)). *Para todo problema de asignación de la prima* $(m, q) \in I^{N,\rho}$ *el núcleo de* v^ρ *es diferente del vacío.*

Ahora se presentan propiedades deseables que debe poseer una regla de asignación.

Definición 6. *Una regla de asignación de la prima* φ *satiface eficiencia, si para todo problema de asignación* $(m, q) \in I^{N,\rho}$ *se tiene que*

$$\sum_{j \in N} \varphi_j(m, q) = \rho_N. \tag{10}$$

Eficiencia establece que la prima del seguro debe de ser pagada por todos y cada uno de los beneficiarios.

Definición 7. *Una regla de asignación de la prima* φ *satiface utilidad constante por monto asegurado, si para todo problema de asignación* $(m, q) \in I^{N,\rho}$ *y arbitrarios beneficiarios* $i, j \in N$ *se cumple que*

$$\frac{\rho_{\{i\}} - \varphi_i(m, q)}{m_i} = \frac{\rho_{\{j\}} - \varphi_j(m, q)}{m_j}. \tag{11}$$

Utilidad constante por monto asegurado significa que la utilidad por monto asegurado debe ser la misma para todos los asegurados.

Definición 8. *Una regla de asignación de la prima φ satisface trato igual a iguales, si para todo problema de asignación $(m,q) \in I^{N,\rho}$ y arbitrarios beneficiarios $i,j \in N$ se cumple que*

$$\rho_{S\cup\{i\}} = \rho_{S\cup\{j\}} \quad \Rightarrow \quad \varphi_i(m,q) = \varphi_j(m,q), \qquad \forall S \subseteq N \setminus \{i,j\}. \tag{12}$$

Trato igual a iguales garantiza que beneficiarios similares deben de ser tratados igualmente. Si dos beneficiarios tienen la misma contribución en la prima a todos los colectivos que no los contienen, entonces deben realizar la misma aportación al pago de la prima.

Definición 9. *Una regla de asignación de la prima φ satiface compatibilidad con el núcleo, si para todo problema de asignación $(m,q) \in I^{N,\rho}$ es eficiente y*

$$\rho_S \geq \sum_{i\in S} \varphi_i(m,q), \qquad \forall S \subset N. \tag{13}$$

Compatibilidad con el núcleo es un requerimiento de estabilidad: la prima del colectivo es repartida entre los beneficiarios y ningún subcolectivo puede objetar su aportación a la prima argumentando que si ellos contratarán su propio seguro pagarían menos.

Definición 10. *Una regla de asignación de la prima φ satisface preservación de diferencias incrementales, si para todo problema de asignación $(m,q) \in I^{N,\rho}$ y arbitrarios beneficiarios $i,j \in N$ se cumple que*

$$\varphi_i(m,q) - \varphi_j(m,q) = \left(\rho_N - \rho_{N\setminus\{i\}}\right) - \left(\rho_N - \rho_{N\setminus\{j\}}\right). \tag{14}$$

Preservación de diferencias incrementales establece que para cualesquiera dos beneficiarios la diferencia entre sus pagos es exactamente igual a la diferencia entre sus incrementos marginales a la prima del colectivo.

3. Caracterizaciones

Teorema 1. Dado un problema $(m,p) \in G^{N,\rho}$, existe una única regla de asignación de la prima que es eficiente y de utilidad constante por monto asegurado. Además, está dada por

$$\varphi_i(m,p) = \rho_{\{i\}} + \frac{m_i}{\displaystyle\sum_{j\in N} m_j}\left[\rho_N - \sum_{j\in N}\rho_{\{j\}}\right], \qquad \forall i \in N. \tag{15}$$

Demostración. **Existencia.** Se probará que (15) satisface eficiencia y utilidad constante por monto asegurado.
Eficiencia

$$\begin{aligned}
\sum_{i\in N}\varphi_i(m,p) &= \sum_{i\in N}\left[\rho_{\{i\}}+\frac{m_i}{\sum\limits_{j\in N}m_j}\left[\rho_N-\sum_{j\in N}\rho_{\{j\}}\right]\right],\\
&= \sum_{i\in N}\rho_{\{i\}}+\sum_{i\in N}\frac{m_i}{\sum\limits_{j\in N}m_j}\left[\rho_N-\sum_{j\in N}\rho_{\{j\}}\right],\\
&= \sum_{i\in N}\rho_{\{i\}}+\rho_N-\sum_{j\in N}\rho_{\{j\}},\\
&= \rho_N.
\end{aligned}$$

Utilidad constante por unidad asegurada

$$\begin{aligned}
\frac{m_i}{m_i}=\frac{m_j}{m_j} \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{m_i}\left[\frac{-m_i}{\sum\limits_{k\in N}m_k}\left[\rho_N-\sum_{k\in N}\rho_{\{k\}}\right]\right]=\frac{1}{m_j}\left[\frac{-m_j}{\sum\limits_{k\in N}m_k}\left[\rho_N-\sum_{k\in N}\rho_{\{k\}}\right]\right],\\
&\Leftrightarrow \quad \frac{1}{m_i}\left[\rho_{\{i\}}-\frac{m_j}{\sum\limits_{k\in N}m_k}\left[\rho_N-\sum_{k\in N}\rho_{\{k\}}\right]-\rho_{\{i\}}\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&=\frac{1}{m_j}\left[\rho_{\{j\}}-\frac{m_j}{\sum\limits_{k\in N}m_k}\left[\rho_N-\sum_{k\in N}\rho_{\{k\}}\right]-\rho_{\{j\}}\right], \qquad \forall i,j\in N, i\neq j,\\
\Leftrightarrow \quad &\frac{\rho_{\{i\}}-\varphi_i(m,q)}{m_i}=\frac{\rho_{\{j\}}-\varphi_j(m,q)}{m_j}, \qquad \forall i,j\in N, i\neq j.
\end{aligned}$$

Unicidad. Supongamos que existen dos reglas de asignación de la prima φ y ϕ que cumplen los axiomas de eficiencia y utilidad constante por monto asegurado, tales que

$$\varphi(m,p)\neq\phi(m,p), \qquad \forall (m,p)\in G^{N,\rho}.$$

Sin pérdida de generalidad asumamos que existe $j \in N$ con $\varphi_j(m,p) > \phi_j(m,p)$. Luego

$$\frac{\rho_{\{j\}} - \varphi_j(m,q)}{m_j} = \frac{\rho_{\{j\}} - \phi_j(m,q)}{m_j},$$

así, por el axioma de utilidad constante por monto asegurado

$$\frac{\rho_{\{i\}} - \varphi_i(m,q)}{m_i} = \frac{\rho_{\{i\}} - \phi_i(m,q)}{m_i}, \qquad \forall i \in N \setminus \{j\},$$

lo cual implica que

$$\varphi_i(m,p) > \phi_i(m,p), \qquad \forall i \in N \setminus \{j\}.$$

de donde, por eficiencia se tiene que

$$\rho_N = \sum_{i \in N} \varphi_i(m,p) > \sum_{i \in N} \phi_i(m,p) = \rho_N,$$

lo cual es una contradicción, por lo tanto $\varphi_j(m,p) = \phi_j(m,p)$. Dado que j fue elejido arbitrariamente tenemos que

$$\varphi_i(m,p) = \phi_i(m,p), \qquad \forall i \in N,$$

es decir, $\varphi = \phi$. □

Teorema 2. Dado un problema $(m,p) \in G^{N,\rho}$, existe una única regla de asignación de la prima que es eficiente y preserva diferencias incrementales. Además, está dada por

$$\varphi_i(m,p) = \frac{1}{n}\left[\rho_N + \sum_{j \in N} \rho_{N\setminus\{j\}}\right] - \rho_{N\setminus\{i\}}, \qquad \forall i \in N. \tag{16}$$

Demostración. **Existencia.** Se probará que (16) satisface eficiencia y preserva diferencias incrementales.

Eficiencia

$$\begin{aligned}
\sum_{i\in N}\varphi_i(m,p) &= \sum_{i\in N}\left[\frac{1}{n}\left[\rho_N+\sum_{j\in N}\rho_{N\setminus\{j\}}\right]-\rho_{N\setminus\{i\}}\right],\\
&= \sum_{i\in N}\frac{1}{n}\left[\rho_N+\sum_{j\in N}\rho_{N\setminus\{j\}}\right]-\sum_{i\in N}\rho_{N\setminus\{i\}},\\
&= \rho_N+\sum_{j\in N}\rho_{N\setminus\{j\}}-\sum_{i\in N}\rho_{N\setminus\{i\}},\\
&= \rho_N.
\end{aligned}$$

Preservación diferencias incrementales

$$\begin{aligned}
\varphi_i(m,q)-\varphi_j(m,q) &\Leftrightarrow \frac{1}{n}\left[\rho_N+\sum_{k\in N}\rho_{N\setminus\{k\}}\right]\\
&\quad -\rho_{N\setminus\{i\}}-\left[\frac{1}{n}\left[\rho_N+\sum_{k\in N}\rho_{N\setminus\{k\}}\right]-\rho_{N\setminus\{j\}}\right],\\
&\Leftrightarrow \rho_{N\setminus\{j\}}-\rho_{N\setminus\{i\}},\\
&\Leftrightarrow \left(\rho_N-\rho_{N\setminus\{i\}}\right)-\left(\rho_N-\rho_{N\setminus\{j\}}\right).
\end{aligned}$$

Unicidad. Supongamos que existen dos reglas de asignación de la prima φ y ϕ que cumplen los axiomas de eficiencia y preservación diferencias incrementales, tales que

$$\varphi(m,p)\neq\phi(m,p),\qquad \forall(m,p)\in G^{N,\rho}.$$

Sin pérdida de generalidad asumamos que existe $j\in N$ con $\varphi_j(m,p)>\phi_j(m,p)$. Luego

$$-\varphi_j(m,p)<-\phi_j(m,p)$$

luego

$$\varphi_i(m,p)-\varphi_j(m,p)<\varphi_i(m,p)-\phi_j(m,p)\qquad \forall i\in N\setminus\{j\}.$$

Así, por el axioma de preservación diferencias incrementales, tenemos que

$$\varphi_i(m,p)-\varphi_j(m,p)=\phi_i(m,p)-\phi_j(m,p)\qquad \forall i\in N\setminus\{j\}.$$

de donde

$$\phi_i(m,p)-\phi_j(m,p)<\varphi_i(m,p)-\phi_j(m,p)\qquad \forall i\in N\setminus\{j\}.$$

lo cual implica que

$$\varphi_i(m,p) > \phi_i(m,p), \qquad \forall i \in N \setminus \{j\}.$$

de donde, por eficiencia se tiene que

$$\rho_N = \sum_{i\in N} \varphi_i(m,p) > \sum_{i\in N} \phi_i(m,p) = \rho_N,$$

lo cual es una contradicción, por lo tanto $\varphi_j(m,p) = \phi_j(m,p)$. Dado que j fue elejido arbitrariamente tenemos que

$$\varphi_i(m,p) = \phi_i(m,p), \qquad \forall i \in N,$$

es decir, $\varphi = \phi$. □

4. Conclusiones

Una pregunta natural que surge a la hora de resolver un problema de asignación a la prima es ¿cuál regla usar? o ¿qué regla es superior a las otras? Esta interrogante es difícil de contestar ya que depende de las propiedades que se desea que la regla posea. Lo que podemos argumentar es que existen situaciones en las que una regla tiene una mejor interpretaciónón que las otras. En este trabajo caracterizamos dos soluciones con dos simples propiedades. Sin embargo, aún falta demostrar que si estás están o no el núcleo del juego cooperativo asociado. Una línea prometedora es la adecuación de los axiomas propuestos con el fin de caracterizar las reglas de asignación propuestas en Cesóka et al (2016) y Kriele et al (2014).

Agradecimientos

El autor agradece el apoyo de CONACyT con la becas de investigación 167924 y 240229.

Recepción: 12/05/2017 Aceptación: 20/06/2017

Referencias

[1962] Borch, K. (1962) Application of Game Theory to Some Problems in Automobile Insurance. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 2(2), 208-221.

[1] Csóka, P., & Pintér, M. (2016) On the impossibility of fair risk allocation. The BE Journal of Theoretical Economics, 16(1), 143-158.

[2] Csóka, P., Herings, P. J. J., & Kóczy, L. Á. (2009) Stable allocations of risk. Games and Economic Behavior, 67(1), 266-276.

[3] Denault, M. (2001) Coherent allocation of risk capital. Journal of risk, 4, 1-34.

[4] Gillies, D. B. (1953) Some theorems on n-person games. PhD thesis, University of Princeton.

[5] Kriele, M., & Wolf, J. (2014) Value-oriented risk management of insurance companies. Springer Science & Business Media.

[6] Kalkbrener, M. (2005) An axiomatic approach to capital allocation. Math. Finance 15(3), 425-438

[7] Lemaire, J. (1991) Cooperative game theory and its insurance applications. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 21(1), 17-40.

[8] Shapley, L.S. (1953) A value for n-person games. En Contributions to the Theory of Games Volume II, Annals of Mathematical Studies Vol. 28, Editors H.W. Kuhn and A.W. Tucker. Princeton University Press, 307-317.

[9] Hart, S., & Mas-Colell, A. (1989) Potential, Value, and Consistency. Econometrica, 57:3, 589 - 614.