UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE ECONOMÍA

CUADERNO DE TRABAJO
NO. 13

Medición de la desigualdad de oportunidades: Una Descomposición del índice de Atkinson A través del valor de Shapley

Julio 2012

JOSS SÁNCHEZ-PÉREZ
VÍCTOR H. ROSAS MARTÍNEZ

Medición de la desigualdad de oportunidades; Una descomposición del índice de Atkinson a través del valor de Shapley

Víctor H. Rosas Martínez
Facultad de Economía, UASLP
San Luis Potosí, México
vick_tor_2000@hotmail.com

Joss Sánchez-Pérez
Facultad de Economía, UASLP
San Luis Potosí, México
joss.sanchez@uaslp.mx

19 de julio de 2012

Resumen

Este trabajo estudia la desigualdad económica como un fenómeno resultante de dos variables: la variable de responsabilidad que depende del desempeño de los agentes en la economía y la variable de oportunidad que es independiente al desempeño de los individuos en la economía. Señalando la desigualdad de oportunidades como el problema a identificar en magnitud, se propone una descomposición del índice de desigualdad de Atkinson, mediante el uso de uno de los conceptos centrales de la teoría de los juegos cooperativos, denominado valor de Shapley. Con esto se explica la participación de cada una de estas variables en la desigualdad total para una distribución de ingreso dada.

1. Introducción

"Si no podemos poner fin a nuestras diferencias, contribuyamos a que el mundo sea un lugar apto para ellas"

John Fitzgerald Kennedy (1917-1963).

La desigualdad es un aspecto que ha sido observado y tratado a lo largo de la historia de la humanidad, despertando el interés de las sociedades, y sentimientos humanistas, derivando en cierto espíritu solidario o en pleno desinterés. Buscando enfocarnos en el problema de la desigualdad económica, explicándola a partir de variables dependientes (de responsabilidad) e independientes (oportunidades circunstanciales) a los agentes de una economía, surge el presente escrito. Siguiendo la corriente de la economía del bienestar, que busca emitir juicios a partir de distribuciones de ingresos dadas, y de las soluciones propuestas para la descomposición de índices de desigualdad por parte de los juegos cooperativos. Tomando en cuenta que la desigualdad económica no es necesariamente resultado de las acciones racionales de los agentes de una población, el presente trabajo busca dar respuesta a las siguientes preguntas: Dado un nivel de desigualdad económica en una población,

1. ¿Qué tanta desigualdad se debe a la diferencia en oportunidades para los pobladores? y
2. ¿Qué tanta desigualdad se debe a sus decisiones?

Para contestar estas preguntas el trabajo se divide en cinco partes. La sección 2 busca introducir al lector la teoría de los juegos cooperativos, y en las soluciones propuestas para la repartición de cargos o beneficios entre cierto número de agentes. Más adelante este enfoque fue utilizado para explicar la participación de los dos factores ya mencionados en la desigualdad. La tercer sección aborda la medición de la desigualdad económica de una población desde el punto de vista del bienestar, introduciendo el índice de Atkinson. La sección 4 expone el contexto de la diferencia de oportunidades, definiéndola como el problema a tratar por parte de un planificador central que busca maximizar el bienestar de los agentes económicos de una población. Y la sección 5 propone una descomposición del índice de Atkinson, usando el valor de Shapley para encontrar la participación de los factores explicativos de desigualdad, en su totalidad.

México se caracteriza por ser un país que presenta gran desigualdad económica, ocupando el lugar 18 en la lista de países con mayor desigualdad económica en el mundo (2008), publicada por la CIA[1] (Central Intelligence Agency). En la sección 5 se realiza una descomposición del índice de Atkinson para México (2008), donde se presenta un breve análisis de los resultados.

También en la misma sección, se calcula la descomposición para Canadá (2005), ya que resulta interesante observar el comportamiento de la descomposición para un país que no es considerado tan "desigual".

2. Juegos n-personales con utilidad transferible

En los juegos cooperativos n-personales, no hay restricciones en los acuerdos que podrían darse entre los jugadores. En adición supondremos que todos los pagos están dados en las mismas unidades y que las transferencias entre jugadores son posibles. Las transferencias pueden ser usadas para inducir a algunos jugadores a usar estrategias de beneficio mutuo. Bajo determinadas circunstancias esto incentivará a los jugadores a formar alianzas o coaliciones. La estructura dada para el juego por formaciones coalicionales es convenientemente estudiada por que busca reducirlo a la forma que define sus características tomando en cuenta las coaliciones posibles dentro de este.

Funciones Características. Sea N el conjunto que denote el conjunto de jugadores, $N = \{1, 2, ..., n\}$, $n \geq 2$. Una coalición, S, está definida como un subconjunto de N, $S \subset N$, y el conjunto de coaliciones es denotado por 2^N. Por conveniencia, también hablaremos del conjunto vacío, $\emptyset$, como coalición, la coalición vacía. El conjunto N también es coalición, llamada la gran coalición.

Si solo hay dos jugadores, $n = 2$, entonces hay cuatro coaliciones, $2^N = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, N\}$. Si hay 3 jugadores, hay 8 coaliciones

$$2^N = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, N\}$$

Para n jugadores, el conjunto de coaliciones, 2^N, tiene 2^n elementos.

Definición 1 *La forma coalicional de un juego de n personas está dado por el par (N, v), donde $N = \{1, 2, ..., n\}$ es el conjunto de jugadores y v es una función real-valuada con $v : 2^N \longrightarrow \mathbb{R}$, llamada función característica del juego, y que satisface*

(i) $v(\emptyset) = 0$, y

(ii) Superaditividad, es decir que si S y T son coaliciones disjuntas ($S \cap T = \emptyset$), entonces $v(S) + v(T) \leq v(S \cup T)$.

Durante este trabajo se denotará como v a los juegos (N, v) definidos.

Comparado con las formas estratégicas o extensivas de los juegos de n-personas, esta es una definición muy simple, pues, hay muchos detalles perdidos que se definen a continuación. La valía de una coalición S está dada por $v(S)$, que es un número real para cada coalición $S \subset N$, que podría considerarse como el valor, o poder de la coalición S, cuando sus miembros actúan en conjunto. La condición (i) dice que el conjunto vacío tiene valor cero, y la (ii) dice que el valor de dos coaliciones disjuntas, cuando trabajan juntas es por lo menos tan bueno o grande como cuando trabajan por su parte[2].

[1] https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/rankorder/2172rank.html

[2] El supuesto de superaditividad no es necesario para cierta parte de la teoría de los juegos cooperativos o coalicionales; pero como parece ser una condición natural, se incluye en la definición.

El espacio de juegos

$$G = \{v : 2^N \to \mathbb{R} \mid v(\emptyset) = 0\}$$

es un espacio vectorial con las operaciones usuales de suma y producto por escalar en G.

Definición 2 *Para cualquier par de juegos $v, u \in G$ y un escalar $\alpha \in \mathbb{R}$ se definen las siguientes operaciones en la forma usual*

a) $(v + u)(S) = v(S) + u(S)$

b) $(\alpha v)(S) = \alpha(v(s))$

2.1. El valor de Shapley

Ahora tratamos otro enfoque de solución a los juegos en forma de función característica para n-personas.

El concepto del núcleo es útil como medida de estabilidad. Como concepto de solución, presenta un conjunto de imputaciones sin distinguir un punto como preferible a otro. De hecho, el núcleo podría ser vacío como fue demostrado.

Aquí se tratará con el concepto de valor. En este enfoque, se trata de asignar a cada juego en forma cooperativa un único vector de pagos, llamado el valor. La i ésima entrada del vector de valores puede ser considerado como medida del valor o poder del i ésimo jugador en el juego. Alternativamente, el vector de valores puede ser tomado como un egreso arbitrado del juego, basado en algunos arbitrajes justos e imparciales. Se trata de un concepto central de la teoría de juegos cooperativos, propuesto por Shapley en 1953. En esta sección se define el valor que lleva su nombre.

Para identificar el tipo de razonamiento involucrado en cómo deben ser repartidos los beneficios entre los jugadores de un juego, consideremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 3 *Sea v un juego con 3 jugadores tal que $v(\{1\}) = 1$, $v(\{2\}) = 0$, $v(\{3\}) = 1$, $v(\{1, 2\}) = 4$, $v(\{1, 3\}) = 3$, $v(\{2, 3\}) = 5$, $v(\emptyset) = 0$, $v(\{1, 2, 3\}) = 8$.*

Ciertamente la gran coalición recibirá 8 unidades, pero ¿cómo debería dividirse entre los jugadores?. El jugador 2 no puede obtener nada por sí mismo, aun así tiene más valor que los jugadores 1 ó 3 al formar coaliciones. ¿El cual es más importante?. Este problema se aborda axiomatizando el concepto de justicia.

Una función de valor es una función φ que asigna a cada posible función característica de un juego de n-personas, v, un vector

$$\varphi(v) = (\varphi_1(v), \varphi_2(v), ..., \varphi_n(v))$$

de números reales. Aquí $\varphi_i(v)$ representa el valor del jugador i en el juego con función característica v. Así en general

$$\varphi : G \to \mathbb{R}^n$$

Los axiomas de justicia se encuentran en la función φ. Por ejemplo, los axiomas de Shapley para φ son:

Axioma 4 (Eficiencia)

$$\sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N)$$

Axioma 5 (Simetría) *Si i y j son tales que $v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$ para toda coalición S y $i, j \notin S$, entonces*

$$\varphi_i(v) = \varphi_j(v)$$

Axioma 6 (Nulidad) *Si i es tal que $v(S) = v(S \cup \{i\})$ para toda coalición S y $i \notin S$, entonces*

$$\varphi_i(v) = 0$$

Axioma 7 (Aditividad) *Si u y v son funciones características entonces*

$$\varphi(u + v) = \varphi(u) + \varphi(v)$$

El axioma de eficiencia nos dice que el valor total de los jugadores es el valor de la gran coalición. El axioma de simetría dice que si la función es simétrica en los jugadores i y j, entonces los valores asignados a i y j deberán ser iguales. El tercer axioma dice que si el jugador i es dual en el sentido de que no contribuye o disminuye ninguna coalición a la que se una, entonces su valor debe ser cero. El más fuerte de los axiomas es el de aditividad; pues refleja el sentido de que el valor arbitrado de dos juegos si son jugados de manera simultánea debe ser la suma del valor de los juegos si fueran jugados en tiempos diferentes. Debe ser notado que si u y v son funciones características también lo es $u + v$.

Teorema 8 *Existe un único valor $\varphi : G \to \mathbb{R}^n$ que satisface los axiomas de aditividad, simetría, nulidad y eficiencia. Más aún, está dado por:*

$$\varphi_i(v) = \sum_{i \in S \subseteq N} \frac{(|S| - 1)!(n - |S|)!}{n!} [v(S) - v(S \setminus \{i\})] \tag{1}$$

Demostración. Primero se demostrará la unicidad. Para un conjunto $R \subseteq N$, dejando que w_R represente la función característica especial:

$$w_R(S) = \begin{cases} 1 & \text{si } R \subseteq S \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Es fácil probar que el conjunto $\{w_R\}_{R \subseteq N}$ forma una base para G.

Si $i \notin R$, entonces $w_R(S \cup \{i\}) = w_R(S)$ para todo $S \subseteq N, i \notin S$ pues

$$\begin{aligned} w_R(S \cup \{i\}) &= \begin{cases} 1 & \text{si } R \subseteq S \cup \{i\} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \\ &= \begin{cases} 1 & \text{si } R \subseteq S \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} = w_R(S) \end{aligned}$$

Es decir, i es un jugador nulo en el juego w_R. Así entonces $\varphi_i(w_R) = 0$.

Si $i, j \in R$, entonces

$$\begin{aligned} w_R(S \cup \{i\}) &= \begin{cases} 1 & \text{si } R \subseteq S \cup \{i\} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \\ &= \begin{cases} 1 & \text{si } R \subseteq S \cup \{j\} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} = w_R(S \cup \{j\}) \end{aligned}$$

y por el axioma de simetría, $\varphi_i(w_R) = \varphi_j(w_R)$. Finalmente, por el axioma de eficiencia, $\sum_{j \in R} \varphi_j(w_R) = 1$. Así la única función determinada por los cuatro axiomas en el juego w_R (y por lo tanto para cualquier juego), está dada por

$$\varphi_i(w_R) = \begin{cases} \frac{1}{|R|} & \text{si } i \in R \\ 0 & \text{si } i \notin R \end{cases}$$

Un proceso similar se puede hacer con una constante c sustituyendo el 1 llegando a $\varphi_i(w_R) = \frac{c}{|R|}$. Al ser $\{w_R\}_{R \subseteq N}$ una base del espacio de juegos, es decir, que se puede generar el espacio vectorial por medio de combinaciones lineales de estos juegos básicos, toda función característica puede ser representada por

$$v = \sum_{R \subseteq N} c_R w_R$$

donde $c_R \in \mathbb{R}$ son constantes únicas, entonces $\varphi_i(v) = \varphi_i(\sum_{R \subseteq N} c_R w_R) = \sum_{i \in R \subseteq N} \varphi_i(c_R w_R)$. Y para nuestro caso

$$\varphi_i(v) = \sum_{i \in R \subseteq N} \frac{c_R}{|R|}$$

Ahora se demostrará la existencia. Esto se logra mostrando que el valor de Shapley (dado por (1)) cumple con los cuatro axiomas antes mencionados.

Nulidad Es fácil ver que si $i \notin S$ es tal que $v(S) = v(S \cup \{i\})$, entonces al sustituir lo anterior la parte de la derecha de la ecuación (1) siempre será cero y por lo tanto también el valor de Shapley.

Simetría Si $i, j \notin S$ son tales que $v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$, entonces $\sum_{i \notin S \subseteq N} \frac{(|S|)!(n-|S|-1)!}{n!}[v(S \cup \{i\}) - v(S)] = \sum_{i \notin S \subseteq N} \frac{(|S|)!(n-|S|-1)!}{n!}[v(S \cup \{i\}) - v(S)]$. Y así $\varphi_i(v) = \varphi_j(v)$.

Eficiencia Para probar esto definiremos los juegos base

$$v_R(S) = \begin{cases} c & \text{si } R \subseteq S \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad \text{con } S \subseteq N, \text{ y } v_R(N) = c$$

donde su valor de Shapley estaba dado por

$$\varphi_i(v_R) = \begin{cases} \frac{c}{|R|} & \text{si } i \in R \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

entonces $\sum_{i \in R} \varphi_i(v) = \frac{c}{|R|}(|R|) = c$. Por lo tanto φ es eficiente.

Aditividad Si escribimos el valor de Shapley como $\sum_{i \notin S \subset N} \alpha[v(S \cup \{i\}) - v(S)]$, donde $\alpha = \frac{(|S|)!(n-|S|-1)!}{n!}$ entonces

$$\begin{aligned}
\varphi_i(v+u) &= \sum_{i \notin S \subseteq N} \alpha[(v+u)(S \cup \{i\}) - (v+u)(S)] \\
&= \sum_{i \notin S \subseteq N} \alpha[v(S \cup \{i\}) - v(S) + u(S \cup \{i\}) - u(S)] \\
&= \sum_{i \notin S \subseteq N} \alpha[v(S \cup \{i\}) - v(S)] + \sum_{i \notin S \subseteq N} u(S \cup \{i\}) - u(S)] \\
&= \varphi_i(v) + \varphi_i(u)
\end{aligned}$$

■

3. Midiendo la desigualdad

"La igualdad social es una noción extremadamente compleja" (Amartya Sen, 2001). Al caminar por las calles de cualquier ciudad con sistema económico de libre mercado, observando los comportamientos y particularidades de las personas, encontramos que la desigualdad económica es un aspecto cotidiano y totalmente natural. La existencia de tal desigualdad resulta totalmente intuitivo, pues los ciudadanos desempeñan actividades económicas con diferentes características de capital humano y por lo tanto con distintas remuneraciones. Si el problema de la desigualdad económica se pensara desde este punto de vista, entonces, no habría necesidad de mayores interrogantes, ya que sólo sería consecuencia de decisiones tomadas por los ciudadanos, de manera individual, dadas sus preferencias, y no existiría un problema referente al porqué la gente elige como lo hace. Pero si la desigualdad económica es muy grande, cuesta trabajo creer que existen agentes que tomarían decisiones que los llevaran a ocupar ciertos peldaños de la estructura económica, o peor aún en un caso extremo, hasta la muerte por falta de recursos para sobrevivir; lo cual nos indica que la desigualdad no necesariamente se debe a diferencias en decisiones racionales de los agentes. También es importante mencionar que existe una estrecha relación entre la propensión a rebeliones o fluctuaciones de inseguridad en una población, y la desigualdad económica que ésta presenta. La desigualdad debe por lo tanto ser medida, pues es un indicador fuerte sobre la situación económica y podría decir más características de un territorio o población definidos. Siguiendo la corriente de funciones de bienestar social de Bergson Samuelson (1938), quien define que éstas deben de estar en función de las utilidades de los agentes de una economía, rompiendo con el concepto de bienestar de pareto que no tiene ningún poder de discriminación y por lo tanto ningún juicio útil para la medida de este problema (Amartya Sen, 2001). En este trabajo proponemos el uso de la medida de desigualdad de Atkinson.

Anthony B. Atkinson en su paper *On the Measurement of inequality* (1970), busca una manera para ordenar de manera preferencial funciones de distribución de acuerdo a una función de bienestar; para medir el bienestar de un país suena lógico el agregar las funciones de utilidad de los individuos de dicho territorio. Así tomando las ideas expresadas por Atkinson se pueden agregar las utilidades de manera discreta como en la función de bienestar que escribe Amartya Sen en su libro *La desigualdad Económica (2001).*

$$W = \sum_{i=1}^{m} U(y_i)$$

en esta ecuación, el bienestar es el resultante de la suma de las utilidades individuales, donde se supone una función de utilidad lineal o cóncava común para todos los m individuos.

3.1. El índice de Atkinson

Atkinson define el nivel de ingreso "equivalente e igualitariamente distribuido", y_{ede}, el cual es el nivel de ingreso per cápita que distribuido de manera igualitaria, da el nivel de bienestar de la distribución presente. Esto es, un ingreso constante para todos, que al ser sustituido en la función de bienestar de el mismo nivel de bienestar que la distribución original, es decir $y_{ede} = y$ si se cumple lo siguiente

$$mU(y) = \sum_{i=1}^{m} U(y_i)$$

donde N es el número de agentes en la economía, y a partir de esto Atkinson define el siguiente índice, el cual lleva su nombre.

$$D = 1 - \frac{y_{ede}}{\mu}$$

donde μ es la renta media, y $0 < y_{ede} \leq \mu$, por lo que $0 \leq D \leq 1$, entonces cuando $y_{ede} = \mu$, $D = 0$, lo cual nos indica igualdad perfecta, y por el contrario, mientras D sea más cercano al 1 entonces mayor será la desigualdad. Despejando y_{ede} en la ecuación obtenemos el siguiente término, $y_{ede} = (1 - D)\mu$, el cual se puede interpretar como la fracción del ingreso medio representada por el y_{ede} a un D dado. También es posible por lo tanto, calcular el índice de igualdad de Atkinson

$$A = \frac{y_{ede}}{\mu}$$

Si consideramos una sociedad $I = \{1, 2, ..., m\}$, cuyos ingresos están dados por el vector $X = (x_1, x_2, ..., x_m)$, y suponemos que las funciones de utilidad son $U_i(x_i) = x_i^a$, donde a es el parámetro que indica que tanto crece la utilidad de los individuos a aumentos en el ingreso. Entonces, el índice de desigualdad de Atkinson[3] se calcula como

$$D(X) = 1 - A(X) \text{ donde } A(X) = \frac{(\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{m}(x_j)^{1-a})^{\frac{1}{1-a}}}{\mu}$$

si $a > 0$, y $a \neq 1$.

Si $a = 1$, entonces la expresión $A(X)$ se calcula

$$A(X) = \frac{\Pi_{j=1}^{m}(x_j)^{\frac{1}{m}}}{\mu}$$

3.2. La igualdad de oportunidad

La elección racional, entendida como aquello en lo que el agente elije bajo el comportamiento maximizador de las utilidades esperadas, supone información perfecta. Los agentes no siempre disponen de toda la información, pues sus posibilidades de elección son diferentes, y también la repercusión de una elección presente en las utilidades futuras. Por lo que aveces los agentes agentes eligen de otra forma, por ejemplo: tenderán a seguir las elecciones de sus amigos, o de los que consideran líderes. Esta asimetría en información es circunstancial e independiente a las decisiones de los agentes, a la cual llamamos diferencia en oportunidades al momento de la elección, por lo que es pertinente hablar de cierta desigualdad económica que resulta plenamente circunstancial, es decir, independiente a las decisiones de las personas. En teoría reciente, se ha considerado como relevante el tratado de la diferencia en oportunidades económicas presente en una población. Este capítulo se basa en el modelo propuesto por Vito Peragine en su paper *Measuring and implementing equality of opportunity for income* (2004), el cual se centra en las diferencias de oportunidades económicas de los individuos, como juicio para la determinación del ordenamiento en cuestiones de nivel de bienestar de diferentes distribuciones de ingreso. Buscando contestar las siguientes preguntas:

(i) ¿Cuál es el grado de desigualdad de oportunidades en una distribución?

(ii) ¿Cómo se puede diseñar un impuesto que busque igualdad de oportunidades?

4. El modelo

Existe una sociedad I con $|I| = m$ individuos, O^i es el conjunto de una oportunidad i, que es observable, y que divide a I en i subconjuntos de la población total con conjunto de oportunidad O^i denotado por I^i, donde $\left|I^i\right| = m_i$. Todo individuo de tipo $i \in \{1, ..., n\}$ es dotado con el mismo conjunto de oportunidades O^i. Denotando por $\Omega = \{O^1, ..., O^n\}$ al conjunto de todos los conjuntos

[3] Definido en Lasso de la Vega y Urrutia, (2003)

de oportunidades posibles, que es finito donde $O^n \succ ... \succ O^i \succ ...O^1$, es decir que la oportunidad del individuo i es preferida o mejor que la del individuo $i-1$. De manera general

$$i \in \{1, ..., n-1\}, O^{i+1} \succ O^i$$

Una variable escalar de responsabilidad[4] w_k, que no es observable, donde los individuos tienen igual acceso a $\Theta, \Theta \subseteq \mathbb{R}_+$, representa el desempeño económico de los agentes. El nivel de ingreso x está determinado por el nivel de oportunidad O^i y por el la variable de resposabilidad w_k, de tal manera que el agente k del tipo de oportunidad i presenta un ingreso $x_k^i = g(O^i, w_k)$ donde $g : \Omega \times \Theta \to \mathbb{R}_+$ es una función que asigna niveles de ingreso a parejas de oportunidad y responsabilidad. x está continuamente distribuido en una función de distribución acumulada $F(x)$ con $x \in [0, z]$, donde z es el máximo ingreso posible de un individuo.

Sea Ψ es el conjunto de distribuciones de ingreso, y por cada función de distribución $F \in \Psi$, existe en cada tipo i una distribución $F^i(x)$, es decir $F(x) = (F^1(x), F^2(x), ..., F^n(x))$ donde $F^i(x)$ es la función de distribución dentro del tipo i, con m_i individuos, una función de densidad $f^i(x)$, una media $\mu_F^i = \int x f^i(x)dx$ y un término residual r_k para cada individuo k, que explica la parte restante de su ingreso total sin tomar en cuenta la media. De tal forma que dentro del tipo i, $\int r f(x)dx = 0$. Entonces se puede escribir el ingreso del individuo k en el tipo i como

$$x_k^i = \mu^i + r_k$$

Por lo que la diferencia entre el ingreso de los individuos del mismo tipo i se deberá a diferencias en su responsabilidad.

Supuesto 1

(i) $\forall i \in \{1, ..., n\}, \exists \mu : \Omega \to \mathbb{R}$ tal que $\mu^i = \mu(O^i)$

(ii) $\forall i \in \{1, ..., n\}, \forall k \in I^i, \exists r : \Theta \to \mathbb{R}$ tal que $r_k = r(w_r)$

Este supuesto propuesto por Peragine (2004) indica que la media del tipo i depende de la oportunidad, y el residual del nivel de responsabilidad, pues todos tienen el mismo acceso al conjunto Θ.

Supuesto 2

$$\forall i \in \{1, ..., n\},\ \forall k \in I^i,\ \mu(O^i) > \mu(O^{i-1}),\ r'(w_k) > 0$$

Esto implica que las medias de los tipos están ordenadas tal que $F \in \Psi$, $\mu_1^F < ... < \mu_n^F$.

Si definimos 1_i^F como un vector de m_i^F unidades, entonces la media de las distribuciones de los diferentes tipos con $F \in \Psi$ se puede escribir,

$$F_\mu = (\mu_1^F 1_1^F, ..., \mu_n^F 1_n^F)$$

5. Descomposición del índice de Atkinson utilizando el valor de Shapley

El análisis de descomposición provee ayuda en la difícil tarea de explicar cómo diferentes factores afectan la distribución de ingresos. Lo que se puede apreciar en general es una función dependiente de m variables o factores; el vector $a = (a_1, ..., a_m)$ representa m variables en el tiempo $t = 0$, y el vector $x = (x_1, ..., x_m)$ que representa las mismas m variables en el tiempo $t = 1$. Entonces el cambio en la función se denotaría por $f(a) - f(x)$, con una tasa de cambio $\frac{f(x)}{f(a)}$, la pregunta a responder entonces es ¿qué tanto influye cada variable en la función? Para encontrar el nivel de participación se han propuesto

[4] Es decir, que indica las decisiones dependientes del agente económico k.

diferentes soluciones abordando el problema desde el punto de vista del cálculo o la estadística, pero para la realización de estos métodos es necesario el uso de bastantes supuestos. Shorrocks (1999) propone el uso de los juegos cooperativos para responder esta interrogante, y definir $f(x)-f(a)=v(N)$ con $v: 2^N \to \mathbb{R}$, por lo que las valías de cada factor están definidas por $v(S)=f(x_S, a_{N\setminus S})-f(a)$ con $\phi \neq S \subseteq N$, es decir la contribución marginal de S, lo cual permite que la pregunta pueda ser contestada desde el enfoque de los juegos cooperativos.

Ejemplo 9 *Sea* $|x|=|a|=3$ *entonces la valía de* $S=\{1,2\}$*, sería* $v(\{1,2\})=f(x_1,x_2,a_3)-f(a_1,a_2,a_3)$*.*

Ahora dado el contexto de la diferencia en oportunidades y en responsabilidad por parte de los agentes, donde las oportunidades son el conjunto de las circunstancias en las cuales se desarrollan los agentes (independientes a estos), y la responsabilidad se refiere al esfuerzo y acciones de los agentes para la generación de ingreso, el problema que se busca explicar es: dado un nivel de desigualdad, ¿qué tanta desigualdad se debe a la diferencia en oportunidades? y ¿qué tanta desigualdad se debe a la variable de responsabilidad?. Dicho de otra manera, en esta sección se busca encontrar el nivel de participación de estas variables en la desigualdad total, y así facilitar el análisis y medición del problema de desigualdad en oportunidades para una población dada. Para responder estas interrogantes usaremos el enfoque de los juegos cooperativos y el valor de Shapley, buscando las ventajas ya expuestas en la sección de juegos de forma coalicional.

Recordando de la parte anterior que el conjunto de oportunidades está denotado por $\Omega=\{O^1,...,O^n\}$, lo cual parte a la población total I con $|I|=m$ en subconjuntos I^i, la responsabilidad w no es observable, y los m individuos tienen igual acceso a $\Theta \subseteq \mathbb{R}_+$ de tal manera que $x=g(O,w)$, donde $g: \Omega \times \Theta \to \mathbb{R}_+$ es una función que asigna niveles de ingreso a parejas de oportunidad y responsabilidad. Por lo cual el ingreso del individuo k perteneciente al tipo de oportunidad O^i, está dado por $x_k^i=g(O^i,w_k)$. Para hacer una descomposición como la que hace Shorrocks, sería necesario disponer de por lo menos dos observaciones (la función de distribución en dos tiempos diferentes) y que fuera posible observar la diferencia de oportunidad y responsabilidad entre una y otra, por lo que el método de descomposición que aquí se propone es construido de diferente manera. Para descomponer el índice de Atkinson supondremos que la cardinalidad es igual entre cada tipo, es decir que $\left|I^1\right|=\left|I^2\right|=...=\left|I^{n-1}\right|=|I^n|$ y definiremos los siguientes perfiles:

1. La distribución original del ingreso:
$$X=(x_1,...,x_m)$$
2. Cada agente recibe la media de su tipo, este vector de pagos refleja la diferencia en oportunidad, uno de los supuestos del modelo de Vito Peragine es que la media de cada tipo depende del nivel de oportunidad:
$$X_1=F_\mu=(\mu_1^F 1_1^F,...,\mu_n^F 1_n^F)$$
3. Un vector de pagos que corresponda a la reescalación de estos de tal manera que todos los tipos presenten la media general, y visto en el contexto de la igualdad de oportunidades, representará entonces la diferencia en la variable de responsabilidad, pues presenta la desigualdad dado que todos los tipos tienen la misma media; es decir, la misma oportunidad[5]:
$$X_2=(\hat{x}_1,...,\hat{x}_m)$$
donde $\hat{x}_j=\frac{\mu}{\mu_i}x_j \;\; \forall j \in I^i, i \in \{1,...,n\}$ con μ siendo la media de la distribución original X, y μ_i, siendo la media del tipo O^i al cual pertenece x_j.

[5]Pues así se había supuesto con anterioridad en las especificaciones del modelo de Vito Peragine; el cual es vital para la realización de este trabajo.

4. Cada agente recibe la media general, es decir que todos los agentes reciben el mismo nivel de ingresos:
$$X_3 = (\mu, ..., \mu)$$

El siguiente paso es calcular el índice de igualdad Atkinson para cada uno de los perfiles, obteniendo lo siguiente

$A(\mu_i \neq \mu; x_{j,i} \neq \mu_i)$
$$A(X) = \frac{(\Pi_{j=1}^{m} x_j)^{\frac{1}{m}}}{\mu}$$

$A(\mu_i \neq \mu; x_{j,i} = \mu_i)$
$$A(X_1) = \frac{(\Pi_{j=1}^{m} x_{1,j})^{\frac{1}{m}}}{\mu}$$

$A(\mu_i = \mu; x_{j,i} \neq \mu_i)$
$$A(X_2) = \frac{(\Pi_{j=1}^{m} x_{2,j})^{\frac{1}{m}}}{\mu}$$

$A(\mu_i = \mu; x_{j,i} = \mu_i)$
$$A(X_3) = \frac{(\Pi_{j=1}^{m} x_{3,j})^{\frac{1}{m}}}{\mu} = 1$$

La descomposición se sigue obteniendo de la aportación marginal de las variables explicativas del nivel de ingreso a la desigualdad total, para después poder asignarle el valor promedio de éstas. El último paso es el cálculo del valor de Shapley para el factor de oportunidad y el de responsabilidad. Al ser sólo dos variables las explicativas del índice, los valores de Shapley quedan de la siguiente manera

$$\varphi_{oport}(A) = \left| \frac{1}{2}(A(X) - A(X_2)) + \frac{1}{2}(A(X_1) - A(X_3)) \right|$$

$$\varphi_{resp}(A) = \left| \frac{1}{2}(A(X) - A(X_1)) + \frac{1}{2}(A(X_2) - A(X_3)) \right|$$

donde $\varphi_{resp}(A)$ representa el valor promedio de las aportaciones marginales a la desigualdad total explicado por la variable de responsabilidad y $\varphi_{oport}(A)$ el aportado por la variable de oportunidad; es decir que al saber que el índice de igualdad de Atkinson es $A(X_3) = 1$ en la igualdad total, entonces el axioma de eficiencia del valor de Shapley implica que

$$\varphi_{resp}(A) + \varphi_{oport}(A) = 1 - A(X)$$

Tomando en cuenta que la diferencia entre la unidad y el índice de Atkinson de la distribución original, señala la desigualdad existente. La ventaja del uso del valor de Shapley está en el axioma de eficiencia, ya que aplicar este valor descompone de forma precisa el índice $1 - A(X)$.

Si definimos formalmente el juego, quizás esto sea más fácil de comprender. Existen dos jugadores o factores que influyen en la desigualdad, $N = \{O, R\}$; por lo que la valía de la gran coalición (retomando la notación de la sección de juegos) será $v(N) = 1 - A(X)$, pues esta es la desigualdad existente en una población dada a la cual se le ha aplicado el índice de Atkinson; entonces $1 - A(X)$ será el monto a repartir entre los jugadores O y R, que son los perfiles que exhiben la diferencia en oportunidades X_1 y en responsabilidad X_2.

Entonces el juego tiene la siguiente función característica

$$v(N) = 1 - A(X)$$

que muestra la desigualdad total de una población dada,

$$v(\{O\}) = 1 - A(X_1)$$

indica la desigualdad aportada por la diferencia en oportunidades con igualdad en responsabilidad y

$$v(\{R\}) = 1 - A(X_2)$$

indica la desigualdad existente con igualdad de oportunidades y diferencia en responsabilidad.

Al calcular el valor de Shapley para el juego anterior

$\theta \setminus i$	$\{O\}$	$\{R\}$
OR	$1 - A(X_1)$	$-A(X) + A(X_1)$
RO	$-A(X) + A(X_2)$	$1 - A(X_2)$
$\varphi_i(v)$	$\frac{1}{2}[1 - A(X_1) - A(X) + A(X_2)]$	$\frac{1}{2}[1 - A(X_2) - A(X) + A(X_1)]$

Una vez descompuesto el índice será fácil obtener la participación de estas variables en la desigualdad total tanto en fracción como en porcentaje

$$P_{resp} = \frac{\varphi_{resp}(v)}{1 - A(X)}$$

$$P_{oport} = \frac{\varphi_{oport}(v)}{1 - A(X)}$$

Donde P_{resp} es la fracción de la desigualdad total explicada por la variable de responsabilidad, y P_{oport} la fracción de la desigualdad total explicada por la diferencia en oportunidades. Esto visto en porcentajes simplemente se multiplicaría $*100$ es decir

$$\%P_{resp} = \frac{\varphi_{resp}(v)}{1 - A(X)} * 100$$

$$\%P_{oport} = \frac{\varphi_{oport}(v)}{1 - A(X)} * 100$$

Donde $\%P_{resp}$ y $\%P_{oport}$ explicarían respectivamente los porcentajes aportados a la desigualdad total.

5.1. Una extensión de la descomposición para particiones desiguales

Debido a que se había supuesto que existía la misma cantidad de individuos en cada tipo de oportunidad, para lograr una descomposición más realista, rompemos con este supuesto, cambiando la manera de reescalar en (3) y para esto definimos nuevamente este perfil llamándolo $(\acute{3})$ el cual quedaría de la siguiente manera

$\acute{3}$. Una ves más, este vector representa las diferencias en la variable de responsabilidad, pues todos los tipos tendrán la media general

$$X_2 = (\bar{x}_1, ..., \bar{x}_m)$$

donde $\bar{x}_j = \frac{\mu\left|I^i\right|}{\sum_{j \in I^i} x_j} x_j \quad \forall j \in I^i, i \in \{1, ..., n\}.$

El proceso para llegar a esta reescalación es el siguiente:

Deseamos que $\mu = \frac{\sum_{j \in I^i} x_j}{|I^i|}$ despejando se obtiene $\mu\left|I^i\right| = \sum_{j \in I^i} x_j$ por lo que se normalizan los pagos dándole un peso $\frac{x_j}{\sum_{j \in I^i} x_j}$ a cada uno y esto se multiplica por $\mu\left|I^i\right|$, obteniendo el pago para cada jugador j dentro del tipo i, que asigna a cada tipo la media general.

Ejemplo 10 *Sea $X = (1, 2, 3, 4, 5)$ la distribución de ingreso de una población que presenta dos tipos de oportunidad $I^1 = \{1, 2, 3\}$ e $I^2 = \{4, 5\}$. La descomposición de su índice de Atkinson queda de la manera siguiente: primero calculamos los perfiles,*

$$X_1 = \left(2, 2, 2, \frac{9}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$$X_2 = \left(\frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, \frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

$$X_3 = (3, 3, 3, 3, 3)$$

después calculamos el valor de shapley para cada factor

$\theta \setminus i$	$\{O\}$	$\{R\}$
OR	$1 - ,9221079115$	$-,8683903616 + ,9221079115$
RO	$-,8683903616 + ,9417448335$	$1 - ,9417448335$
$\varphi_i(v)$	$,0756232802$	$,0559863582$

con porcentajes de participación

$$\%P_{oport} = \frac{,0756232802}{,1316096384} * 100 = 57,4\,6\,\%$$

y

$$\%P_{resp} = \frac{,0559863582}{,1316096384} * 100 = 42.\,54\,\%$$

Ejemplo 11 *En algún lugar del mundo existe una comunidad de 21 personas que crecieron en condiciones diferentes, ya que no todos en la comunidad tenían el dinero para pagar diversos servicios o invertir en capital humano. El vector de ingresos corrientes para estos individuos está dado por*

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	100	120	140	160	230	200	300	310	340	350

i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
x_i	380	390	390	450	410	433	455	476	500	600	800

y existen cinco tipos de oportunidad para los individuos, $I^1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $I^2 = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$, $I^3 = \{15, 16, 17, 18\}$, $I^4 = \{19, 20\}$, $I^5 = \{21\}$ en base a los servicios que les fueron proporcionados por sus padres. Dados estos datos es posible calcular la descomposición del índice de Atkinson. Los perfiles son

i	1	2	3	4	5
X_1	150	150	150	150	150
X_2	239,1746032	287,0095238	334,8444444	382,6793651	550,1015873
X_3	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048

i	6	7	8	9	10
X_1	345,5555556	345,5555556	345,5555556	345,5555556	345,5555556
X_2	207,6435462	311,4653192	321,8474966	352,9940285	363,3762058
X_3	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048

i	11	12	13	14	15
X_1	345,5555556	345,5555556	345,5555556	345,5555556	443,5
X_2	394,5227377	404,904915	404,904915	467,1979789	331,6626403
X_3	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048

i	16	17	18	19	20
X_1	443,5	443,5	443,5	550	550
X_2	350,2681054	368,0646374	385,052236	326,1471861	391,3766234
X_3	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048	358,7619048

i	21
X_1	800
X_2	358,7619048
X_3	358,7619048

y los resultados de la descomposición son los siguientes

Índice de Atkinson $A(X)$	,883033
Índice de Atkinson $A(X_1)$	,900837
Índice de Atkinson $A(X_2)$	,980235
Índice de Atkinson $A(X_3)$	1,00000
Shapley de O	,0981827
Shapley de R	,0187848
Desigualdad total $1 - A(X)$	,116967
Participación de Oportunidad $\%P_{oport}$	83,94 %
Participación de Responsabilidad $\%P_{resp}$	16,06 %

5.2. Una aplicación al caso de México (2008)

En este apartado, se calculará la descomposición para el país de México en el año 2008, buscando encontrar la participación de los factores antes expuestos, en la desigualdad económica que registró en ese año.

A continuación se muestran los ingresos por deciles obtenidos en la página oficial del INEGI[6] para el año 2008,

DECILES DE HOGARES	HOGARES	INGRESO
TOTAL	26732594	987179917,5
I	2673259	15001199,97
II	2673259	27302097,94
III	2673259	37350360,24
IV	2673259	47051141,27
V	2673259	58102094,79
VI	2673259	72150865,74
VII	2673259	90383264,39
VIII	2673259	115270388,8
IX	2673259	161037534,2
X	2673263	363530970,2

En esta tabla se muestran los hogares ordenados en deciles de acuerdo con su ingreso corriente trimestral. Los hogares que tuvieron cero ingreso corriente, se clasifican en el primer decil.

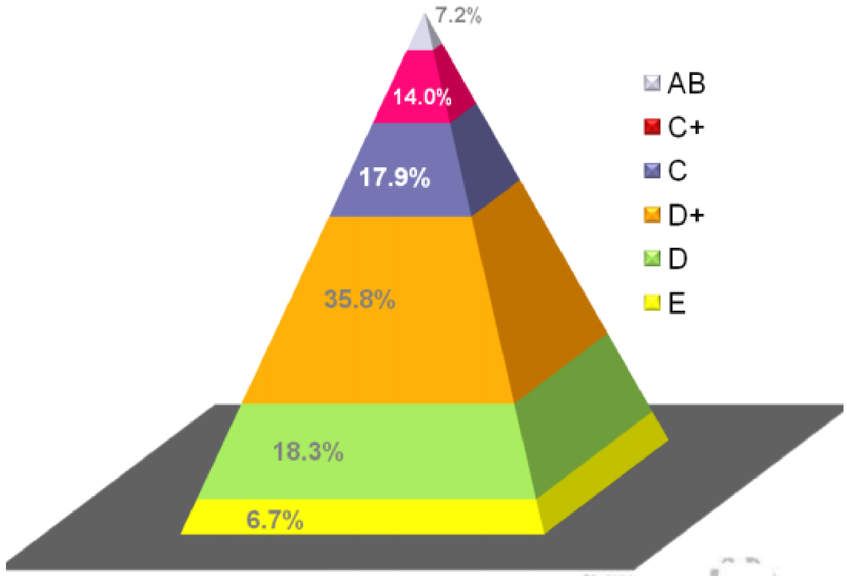
Por otra parte, se trabajó una estratificación social obtenida por el AMAI[7] para el año 2008, la cual resulta de un estudio que indaga los diferentes servicios con que cuentan las familias llamado regla AMAI 10×6. En este estudio se define el nivel socioeconómico como una segmentación del consumidor y las audiencias que define la capacidad económica y social de un hogar.

[6] http://www.inegi.org.mx/ en la sección estadística de "encuestas en el hogar".

[7] Los datos fueron consultados en la página oficial de la Asociación Mexicana de Agencias de Investigación de Mercado y Opinión Pública A.C. http://www.amai.org/NSE/NivelSocioeconomicoAMAI.pdf

También en dicho estudio se otorgan puntos a lo hogares dependiendo de las condiciones de vida[8], cuantificando recursos presentes en las familias tales como: cantidad de televisores, de focos, de cuartos, entre otros servicios; ponderándolos, asignando puntajes y consecuentemente una clasificación de nivel socioeconómico. Este análisis puede ser tomado como indicador de los tipos de oportunidad de un agente en la economía, ya que describe la esfera social en la que se desenvuelve.

A continuación se muestra la distribución de nivel socioeconómico en México para el 2008[9], obtenida por el proceso ya mencionado.



donde AB denota el nivel socioeconómico más alto, y E el más bajo. A partir de la información obtenida fue posible descomponer qué parte de cada decil pertenecía a qué tipo de nivel socioeconómico (oportunidad para el presente contexto) y se obtuvieron los siguientes datos:

Decil	E (6.7 %)	D (18.3 %)	D+ (35.8 %)
Concepto	Ingreso	Ingreso	Ingreso
Total	10050803,98	50927674,05	203209943,1
I	10050803,98	4950395,989	0
II	0	27302097,94	0
III	0	18675180,12	18675180,12
IV	0	0	47051141,27
V	0	0	58102094,79
VI	0	0	72150865,74
VII	0	0	7230661,152
VIII	0	0	0
IX	0	0	0
X	0	0	0

[8] En general, para la definición del nivel socioeconómico de un hogar, el estudio toma en cuenta las siguientes características: capital humano, planeación y futuro, tecnología y entretenimiento, infraestructura práctica, infraestructura sanitaria, e infraestructura básica.

[9] Estimación AMAI hecha en base a IBOPE-NIELSEN 2008

Decil	C (17.9 %)	C+ (14 %)	A/B (7.2 %)
Concepto	Ingreso	Ingreso	Ingreso
Total	183437841,5	274176046,7	265377608,2
I	0	0	0
II	0	0	0
III	0	0	0
IV	0	0	0
V	0	0	0
VI	0	0	0
VII	83152603,24	0	0
VIII	100285238,3	14985150,54	0
IX	0	161037534,2	0
X	0	98153361,94	265377608,2

Y en base a esto fue posible la elaboración de los perfiles

Deciles	I	II	III	IV	V
X_1	27026695,33	16975891,35	57617879,96	40641988,61	40641988,61
X_2	83701405,39	96847745,45	98724527,57	81828479,51	101047624,9
X_3	98717991,75	98717991,75	98717991,75	98717991,75	98717991,75

Deciles	VI	VII	VIII	IX	X
X_1	40641988,61	132360909,4	183110936,3	91392015,58	356769623,8
X_2	125480391,7	92675804,34	104158135,2	81174946,27	121540857,2
X_3	98717991,75	98717991,75	98717991,75	98717991,75	98717991,75

y posteriormente la descomposición del índice de Atkinson para México, la cual se muestra a continuación

Índice de Atkinson $A(X)$	0,679349329
Índice de Atkinson $A(X_1)$	0,661137
Índice de Atkinson $A(X_2)$	0,989486
Índice de Atkinson $A(X_3)$	1,00000
Shapley de O	0,324500
Shapley de R	$-0{,}00384893$
Desigualdad total $1 - A(X)$	0,320651
Participación de Oportunidad $\%P_{oport}$	$101.2\,\%$
Participación de Responsabilidad $\%P_{resp}$	$-1.2\,\%$

En la tabla se pueden apreciar los resultados obtenidos del cálculo hecho.

A partir de esto se puede concluir que la mayoría de la desigualdad económica (Más de la totalidad[10]) en el país de México se debía a la diferencia en oportunidades en el 2008, lo cual indica la magnitud del problema a solucionar. Para obtener datos con mayor precisión, sería necesario que existieran datos con cuantiles mayores a deciles, es decir, que mostraran mayor continuidad, ya que no es posible analizar la desigualdad dentro de cada decil y es natural que se muestre gran desigualdad en oportunidades.

5.3. Aplicación para el caso de Canadá (2005)

Con el fin de encontrar qué sucede en un país que no se encuentra considerado en la lista de los países con mayor desigualdad, publicada por la CIA; a continuación se hace una aplicación para Canadá.

[10] El hecho de que exista una participación negativa por parte de la variable de responsabilidad, se debe a que esta variable aporta igualdad a la desigualdad total. Esto se debe a la falta de continuidad en los datos explicada en el texto.

Tomando lo tipos de oportunidad de la división de clases sociales publicada por la revista PEARSON[11] (2005), y la distribución de ingreso de las familias publicada por el HRSDC[12] (2005), se realiza el análisis de la desigualdad para Canadá.

Decil	Ingreso[13]	Alta alta	Alta baja	Media	Trabajadora	Baja
I	6550	0	0	0	0	6550
II	6550	0	0	0	1965	4585
III	7911,166667	0	0	0	7911,166667	0
IV	7911,166667	0	0	0	7911,166667	0
V	7911,166667	0	0	0	7911,166667	0
VI	7911,166667	0	0	7673,831667	237,335	0
VII	7911,166667	0	0	7911,166667	0	0
VIII	7911,166667	0	0	7911,166667	0	0
IX	61100	0	0	61100	0	0
X	61100	6110	18330	36660	0	0
Total	182767	6110	18330	121256,165	25935,835	11135

Por lo que los perfiles son

Deciles	I	II	III	IV	V
X_1	48691,233	24251,233	24251,233	24251,233	29438,4
X_2	32563,07741	42087,32901	5449,425112	5449,425112	5842,876153
X_3	18276,7	18276,7	18276,7	18276,7	18276,7

Deciles	VI	VII	VIII	IX	X
X_1	5187,167	5187,167	5187,167	10754,667	5567,5
X_2	18564,45979	18564,45979	18564,45979	17404,78783	18276,7
X_3	18276,7	18276,7	18276,7	18276,7	18276,7

Entonces dados los perfiles la descomposición de Atkinson es

Índice de Atkinson $A(X)$	,627340
Índice de Atkinson $A(X_1)$	,726714
Índice de Atkinson $A(X_2)$	,806462
Índice de Atkinson $A(X_3)$	,100000
Shapley de O	,226204
Shapley de R	,146456
Desigualdad total $1 - A(X)$	,372660
Participación de Oportunidad $\%P_{oport}$	60.7 %
Participación de Responsabilidad $\%P_{resp}$	39.3 %

Se encontró, mucho menor participación por parte de la diferencia en oportunidades en la desigualdad total, a comparación de México (2008), aun que es natural que no exista mucha diferencia en oportunidades, dado que los datos encontrados no estaban dados por deciles, sino por porcentajes diferentes de población.

[11] http://wps.prenhall.com/ca_ph_macionis_sociology_5/23/6031/1544106.cw/index.html

[12] Human Resources and Skills Development Canada: http://www.hrsdc.gc.ca/eng/home.shtml

[13] Al consultar los datos, se encontraron dados por el 20 % bajo, 60 % medio y 20 % alto, lo cual explica la igualdad de ingreso entre los deciles contenidos dentro de estos grupos. Esto hace difícil encontrar el nivel de diferencia de oportunidades, pues esto omite mucha desigualdad entre deciles.

6. Conclusiones

A pesar de que la desigualdad económica siempre ha sido tratada con seriedad, no toda la desigualdad es necesariamente un problema. El contexto de igualdad de oportunidades, nos permite darnos una idea de hasta dónde llegar en cuanto a la búsqueda de la compensación de diferencias económicas. Y así nos orienta al diseño de soluciones menos drásticas, pero más estratégicas, en lo que al tratado de este problema se refiere.

El uso de la teoría de los juegos cooperativos, nos permite darnos idea sobre las reparticiones o asignaciones, que hacen uso del camino axiomático, con criterios que lucen bastante naturales e intuitivos. Por lo que el uso del valor de Shapley que cumple con sus cuatro axiomas ya vistos, resulta convincente para la realización de la descomposición del índice de desigualdad.

La medición de la desigualdad tiene como objetivo la búsqueda de la mejora de las condiciones sociales, pues trata de ordenar de manera prioritaria las funciones de distribución en términos de bienestar social, por lo que ante el contexto de desigualdad de oportunidades, con la medición de esta desigualdad y la identificación de su participación para una distribución dada, se encuentra una herramienta de criterio y una medida de la magnitud de este tan relevante problema. Se encuentra una herramienta de criterio debido a que será posible ordenar de manera preferencial, dos distribuciones de ingreso dadas, aunque estas presentaran el mismo nivel de desigualdad, pero diferente participación de la variable de oportunidad.

La descomposición del índice de desigualdad es muy útil para descartar las opiniones que consideran el tratado de la desigualdad económica como política con desincentivo a la productividad, es decir, incentivo a disminución en la variable de responsabilidad, pues define en concreto el problema a tratar, y busca apartar la desigualdad ocasionada por productividad económica. Por lo tanto, operando desde el marco de la diferencia en oportunidades, se pueden descartar muchos debates y polémica originados por el problema de desigualdad, esclareciendo el terreno para la elaboración de políticas más efectivas que busquen dar solución al problema en concreto e incentiven la productividad general de una población.

Para el cálculo de dicha descomposición es necesario que los países cuenten con bases de datos acorde a las necesidades de este trabajo, y de esta manera poder comenzar el diseño de políticas que al identificar la diferencia de oportunidades puedan derivar en un plan de acción que incida con mayor efectividad en el bienestar social.

Referencias

[1] Atkinson, A. B. (1970a), "On the measurement of Inequality", Journal of Economic Theory, vol. 2; reimpreso en Atkinson (1983).

[2] Banzhaf, John F. (1965), "Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis", Rutgers Law Review 19 (2). Pages 317–343.

[3] Bergson–Samuelson, Abram (1938),"A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics," Quarterly Journal of Economics, 52(2), 310-34

[4] Ferguson, Thomas S. (winter 2000), Class notes for math 167.

[5] Kennedy, John Fitzgerald (2000), The Greatest Speeches Of President John F. Kennedy: Titan Publishing.

[6] Lasso de la Vega, Mª Casilda and Ana Marta Urrutia, (2003) "A new factorial decomposition for the Atkinson measure." Economics Bulletin, Vol. 4, No. 29 pp. 1-12

[7] Lehrer E. (1988), "An axiomatization of the Banzhaf value", International Journal of Game Theory, 15, 89-99.

[8] Peragine, Vito (2004), "Measuring and implementing equality of opportunity for income" Social Choice and Welfare 22. Pages 187-210.

[9] Sanchez-Sanchez, Francisco (1993). Introducción a la matemática de los juegos. México D.F.: Siglo XXI editores, S.A. de C.V. en coedición con la Universidad de Guadalajara.

[10] Sen, Amartya Kumar (2001). La desigualdad económica. México: FCE, 292pp.

[11] Shapley, L. S. (1953), A Value for n-person Games. In Kuhn H. W., and Tucker, A. W. (eds.), Annals of Mathematic Studies. volume 28. Pages 307-317. Princeton University press. Contributions to the Theory of Games, Vol. 2.

[12] Shorrocks, A. F. (1999), Descomposition Procedures for Distributional Analysis: A Unified Framework Based on the Shapley Value. University of Essex: mimeo.