



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE ECONOMÍA



CUADERNOS DE TRABAJO

**Evolución Social, Comportamiento Racional y la Teoría
de Juegos Evolutivos**

Enero 2010

**ELVIO ACCINELLI GAMBA
EDGAR JS CARRERA**

Evolución social, comportamiento racional y la teoría de Juegos Evolutivos

Elvio Accinelli*

Edgar JS Carrera †

Enero, 2010

Resumen

El propósito de este trabajo es el de mostrar que la teoría de juegos evolutivos, es una buena herramienta para analizar la evolución de un sistema social, en particular de una economía, como resultado de la acción de diferentes individuos o grupos con objetivos y comportamientos diversos interactuando en un mismo lugar y tiempo. Este trabajo no ofrecerá resultados nuevos, si bien muchos son propios de los autores, ellos ya han sido publicados en revistas especializadas, y se pretende acá hacer un resumen de ellos, intentando abrir la discusión, sobre sus posibilidades como herramientas de trabajos futuros. No desarrollaremos mayormente en este trabajo, las técnicas matemáticas, a los interesados los remitiremos a los trabajos originales.

1 Introducción

Los juegos evolutivos surgieron como una aplicación de las matemática a la biología, intentado explicar la estabilidad y la evolución de determinado tipo de comportamiento en poblaciones animales. La selección natural hace en esta teoría, las veces de la racionalidad, supuesto fundamental de los agentes de la teoría de juegos clásica. Precisamente la piedra fundamental para el desarrollo posterior de esta teoría fue el trabajo de Maynard Smith, y Pierce, publicado en 1973, denominado: *La Lógica del Conflicto Animal*.

No obstantet estos inicios, los juegos evolutivos rápidamente invaden a la sociología, la teoría económica y la antropología. Al modelado típico del conflicto en las áreas mencionadas, propia de la teoría de juegos, la teoría de los juegos evolutivos agrega dos puntos de gran importancia, que la transforman en la gran herramienta en la que para estas áreas se ha convertido, estos son, el concepto de *estrategias evolutivamente estables* y la dinámica, dejando de lado el comportamiento absolutamente racional que se supone en la teoría clásica de juegos y realmente tan difícil de encontrar en la vida real. Es Maynard Smith, quien en 1972 en su artículo *Game Theory and*

*El autor desea agradecer al CONACYT-México (Proyecto 46209) y a la Secretaría de Posgrado de la UASLP por su apoyo para la investigación a través del proyecto C09-FAI-11-46.82). Facultad de Economía, UASLP México. E-mail: elvio.accinelli@eco.uaslp.mx

†El autor desea agradecer a la Dirección de la Facultad de economía de la UASLP por su apoyo para la estancia de investigación entre el 4 de enero y el 24 de febrero de 2010. Department of Economics at the University of Siena. E-mail: sanchezcarre@unisi.it

the Evolution Fighting introduce el concepto de estrategia evolutivamente estable (a la que denotaremos de acá en adelante como EES). Estos conceptos fueron luego desarrollados por Robert Axelrod, en su trabajo de 1984, *The Evolution of Cooperation*, el que hizo explotar el interés de los economistas y científicos sociales por ésta área.

En este trabajo mostraremos que la teoría de juegos evolutivos puede utilizarse como una herramienta importante para entender en profundidad el concepto de trampa de pobreza. Entendemos acá por trampa de pobreza, un equilibrio de la economía que es estable en el sentido de los sistemas dinámicos al que además la economía se aproxima como resultado de la acción racional de agentes individuales, pero que es socialmente ineficiente. Daremos en el texto una definición formal de este concepto.

2 El modelo

Supondremos una economía formada por firmas y trabajadores. Las firmas pueden elegir entre dos posibles comportamientos: ser innovadoras o no innovadoras, (o bien que invierten en tecnología y desarrollo o que no invierten en tal rubro), denotaremos a las firmas del primer tipo como F_I y a las del segundo como F_{NI} . Análogamente los trabajadores serán trabajadores calificados o no calificados. Por calificado entendemos un trabajador que parte de su tiempo lo utiliza en perfeccionar sus conocimientos o habilidades necesarias para realizar un trabajo, sea este del tipo que sea. En otros caso será un trabajador no calificado. Un trabajador del primer tipo será representado por T_C y uno del segundo por T_{NC} .

Para ser consecuentes con la teoría de juegos, diremos que las firmas disponen de dos estrategias puras posibles, entre las que deben elegir, esto es ser F_I o ser F_{NI} , mientras que los trabajadores optarán entre se T_C o T_{NC} . Podemos decir también que las firmas o los trabajadores eligen el club al que van a pertenecer, ete club se caracteriza por la estrategia elegida por los miembros del club, a las firmas que formen parte del club de las innovadoras, las llamaremos I – *estrategistas* análogamente para los demás clubes.

Los trabajadores y las firmas, pueden si lo desean cambiar el club al que pertenecen, en principio asumiremos que las firmas no tiene costos asociados a este cambio, mientras que los trabajadores deberán pagar el costo de su educación si quieren cambiar de no calificados para el club de los calificados, mientras que basta con no pagar este costo para que un trabajador calificado deje de serlo. Representaremos este costo por CE . Las firmas y los trabajadores al final de cada período elegirán su club, una vez que esto se realiza, las firmas contratan trabajadores los que a su vez buscarán ser contratados por las firmas. Esto se repite cada período y se contratan todos los trabajadores. Siendo consecuentes con el idioma de la teoría de juegos, diremos que hay dos jugadores, uno es el representado por la población de las firmas, y otro por la población de los trabajadores. En el mismo sentido diremos que la distribución de las firmas, sobre sus clubes es una estrategia mixta de este jugador, y lo mismo para la población de los trabajadores. Así por $x_F = (x_{F_I}, x_{F_{NI}})$ representamos la distribución de las firmas en los clubes, x_{F_I} cooresponde al porcentaje de firms innovadoras, mientras que $x_{F_{NI}}$ cooresponde al porcentaje de firmas no innovadoras. Análogamente por $x_T = (x_{T_C}, x_{T_{NC}})$ representamos la distribución de los trabajadores en los clubes correspondientes.

Debemos mencionar que la información de la que los jugadores disponen no es simétrica. Cuando los trabajadores calificados son contratados ellos deberán presentar un certificado de aptitud, de forma tal que la firma sabe si está contratando o no, a un trabajador calificado. No obstante el trabajador en principio, no sabe si es contratado por una firma innovadora o no. Esto lo sabrá recién al final del período, pues las firmas innovadoras pagan premios a sus empleados y las no innovadoras no. Los salarios de los trabajadores calificados serán iguales en todas las firmas y los representaremos por s_c análogamente para el salario de los no calificados: s_{nc} . Los premios serán pagados al fin del período, solamente por las firms innovadoras y éste será igual a p_c para los calificados y p_{nc} para los no calificados. Las siguientes desigualdades se verifican : $s_c > s_{nc}$ y $p_c > p_{nc}$. También asumimos que $s_c + p_c - CE > s_{nc} + p_{nc}$ aunque $s_c - CE < s_{nc} + p_{nc}$.

Representaremos por $B_I(C)$ el beneficio de un firma innovadora que contrata un trabajador calificado, Análogamente para $B_I(NC)$ y los correspondientes beneficios para las no innovadoras serán: $B_{NI}(C)$ y $B_{NI}(NC)$ respectivamente. Asumimos que:

- $B_I(C) - s_c - p_c > B_I(NC) - s_{nc} - p_{nc}$, esto es que una firma innovadora obtiene mayores beneficios netos, contratando trabajadores calificados que no calificados.
- $B_{NI}(NC) - s_{nc} > B_I(C) - s_c$, esto es que una firma no innovadora obtiene mayores beneficios netos, contratando trabajadores no calificados que contratando a calificados.

El juego en cada período corresponde a un juego normal de dos jugadores (dos poblaciones) con dos estrategias puras cada uno (dos posibles comportamientos para los individuos de cada población), y la siguiente matriz de pagos:

	F_I	F_{NI}
T_C	$s_c + p_c - CE, B_I(C) - s_c - p_c$	$s_c - CE, B_{NI}(NC) - s_c$
T_{NC}	$s_{nc} + p_{nc}, B_I(NC) - s_{nc} - p_{nc}$	$s_{nc} + p_{nc}, B_{NI}(NC) - s_{nc}$

Desde el punto propiamente de la teoría de juegos, este juego, presenta tres equilibrios de Nash, dos en estrategias puras, uno alto (T_C, F_I) y otro bajo (T_{NC}, F_{NI}) que representan el primero, el hecho de que todas las firmas son innovadoras y todos los trabajadores calificados , el segundo lo opuesto, y un tercer equilibrio en estrategias mixtas, que representan la indiferencia entre ser de una forma u otra. Per esto no nos dice nada de como el sistema evoluciona, o si es posible alcanzar uno u otro estado. Es necesario para esto comprender como los agentes económicos toman sus decisiones. En este punto la teoría de juegos evolutivos entendiendo evolución como cambio cultural, nos será de gran ayuda.

3 Las reglas de conducta y su evolución

Aún admitiendo que los agentes económicos son racionales, en el sentido de que actuarán buscando maximizar sus utilidades, esta racionalidad puede estar limitada por la información disponible. En este caso el agente económico racional, actuará en función de sus creencias. En nuestro planteamiento el trabajador no sabe que tipo de firma lo contratará. Si es contratado por una firma no innovadora, preferirá no pagar costos de educación, mientras que en otro caso, pagar estos

costos tendrá para él beneficios importantes. Esto significa que el trabajador maximizará el valor esperado de su comportamiento, para hacer esto deberá al menos hacerse una idea de cuantas firmas innovadoras hay en la plaza que lo puedan contratar. Ignorante de este dato, deberá decidir de otra manera, una forma es imitar a la mayoría, o a sus vecinos más cercanos.

Admitimos adicionalmente, en este trabajo una limitación más a la racionalidad. Un trabajador que mantiene siempre una misma actitud frente a su trabajo, puede que nunca se pregunte si debe cambiarla o no, o bien que esto lo haga alguna vez en su vida pero otras no. Admitiremos entonces que sólo con cierta probabilidad un trabajador se pregunta si debe cambiar o no su actitud. Recién una vez que haga esto se planteará el problema de decidir si efectivamente cambia o no. Representaremos por r_i la probabilidad de que un trabajador perteneciente al club $i \in \{T_C, T_{NC}\}$ se pregunte si debe cambiar o no su actitud.

La probabilidad de que un trabajador revisor, esto es un trabajador que se cuestiona sobre su comportamiento anterior, cambie o mantenga su actitud anterior será representada por $P(ij)$ siendo $i, j \in \{T_C, T_{NC}\}$. O sea que la probabilidad de que un trabajador del club i se cambie para el club j será $\pi_i(ij) = r_i P(ij)$, si $i = j$ entonces estamos calculando la probabilidad de que un revisor del tipo i decida mantener su comportamiento anterior.

Un tema importante que acá surge es el de cómo o quien determina la pauta cultural que hace que el trabajador se cuestione sobre su propia actitud, y luego cuales serán los factores que lo llevan a decidir si cambiar o no cambiar su actitud. Esta pauta cultural que define reglas de conducta, determinarán la dinámica del sistema económico. En este punto surge la ventaja de los juegos evolutivos, pues en el seno de esta teoría, es posible plantear un sistema dinámico que represente la dinámica real del cambio. Una vez que conocemos las reglas de conducta que mueven a la sociedad, podemos plantearnos la dinámica (en el sentido matemático del término) que representa el cambio o la evolución. Debemos remarcar que no entendemos evolución en ningún sentido progresista, o finalista, sino en el del cambio que en principio no tiene un fin propio.

Sin avanzar más en como se forman las reglas de conducta, podemos escribir el sistema dinámico que rige el cambio de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= r_{T_{NC}} P(T_{NC}T_C)x_{nc} - r_{T_C} P(T_C T_{NC})x_c \\ \dot{x}_{nc} &= -\dot{x}_c\end{aligned}$$

La primera ecuación representa el flujo instantáneo hacia el club de los T_C , esto es la probabilidad de que un trabajador del tipo T_{NC} se pase a T_C por el porcentaje de trabajadores existentes en este club, menos los que se van del club, esto es los que siendo del tipo T_C emigran para el club de los T_{NC} . Para la segunda nótese que en todo momento t se verifica que $x_{nc}(t) = 1 - x_c(t)$. Estas ecuaciones representan el flujo instantáneo. Nuestro siguiente problema es el de entender ahora como se generan las probabilidades que determina el flujo.

Una opción es suponer que el trabajador revisor, piensa que lo que hace la mayoría es lo más exitoso, en este caso buscará informarse acerca de qué hace la mayoría. Entender el cambio cultural nos permitirá determinar la ecuación de flujo y a partir de acá entender la evolución. No entraremos acá en este tópico, no obstante el autor interesado puede ver ejemplos en los trabajos siguientes de Accinelli, E. et al: “*Complementarities Efficiency and Nash Equilibria in the Populations of Firms and Workers*”, o bien en “*Complementariedades, Dinámicas, Eficiencia*”

y *Equilibrio de Nash en un modelo de firmas y trabajadores*”, y en “*A model of imitative behaviour in the population of firms and workeres*”, entre otros.

En los trabajos citados se presentan resultado de economías que evolucionan hacia equilibrios con altas perfoamances, es decir con alto número de firmas innovadoras y alto número de trabajadores capacitados, mientras que la misma ley de evolución da lugar, en otras casos, a economías que evolucionan hacia equilibrios bajos o ineficientes. El tipo de evolución que segurará una economía particular, dependerá de las condiciones iniciales. Un alto porcentaje inicial, de firmas innovadoras y un altoporcentaje de trabajadores capacitados en el momento inicial, llevan a la dinámica basada en la imitación hacia equilibrios altos. En los citados trabajos se encuentran valores umbrales que dividen las aguas, arriba de esos valores la economía evoluciona hacia un equilibrio alto, y abajo hacia un equilibrio bajo.

El siguiente punto a tratar es la relación entre euqilibrios de Nash, del juego original y equilibrios dinámicos. En los trabajos citados, se muestra que el equilibrio de Nash ineficiente, es a la vez un atractor local del sistema dinámico que representa la evolución de la economía, mientras que no es posible alcanzar el equilibrio de Nash alto, con las leyes antexpuestas. Si se alcanzan equilibrios altos, es decir con alto porcentaje de trabajadores capacitados y firmas innovadoras, pero coexistiendo con firmas no innovadoras y trabajadores no capacitados. Al determinar la cuenca de atracción del atractor bajo, se determina a la vez, por defecto, el conjunto de condiciones iniciales que aseguran un crecimiento real de la economía.

Es la misma racionalidad individual la que conduce a la economía como un todo hacia uno u otro equilibrio. Esto sugiere que la racional individual de los agentes económicos no es suficiente para alcanzar economías con alto desempeño social. Esto es precisamente el concepto de trampa de pobreza. Es decir un atractor local que lleva al sistema dinámico, es decir a la economía como un sistema en evolución, a un equilibrio bajo, y por una trayectoria de la cual no se sale con la sola racionalidad individual, más aún esta puede reforzar ésta tendencia. Corresponde al planificador central ubicar a la economía fuera de la cuenca de atracción de este equilibrio.

El siguiente punto a tratar tiene que ver con las estrategia evolutivamente estables, como ya fue dicho uno de los conceptos básicos introducidos por la teoría de juegos evolutivos.

4 Las trampas de pobreza y las ESS

El concepto de ESS, hace referencia a un perfil estratégico, que a la vez de ser un equilibrio de Nash es estable contra mutaciones en el comportamiento de los individuos que conforman a la población. Supongamos una población de individuos donde todos se comportan de una misma forma y supongamos también, que en cierto momento aparece una cantidad no muy grande, de individuos mutantes, es decir de individuos que se comportan de otra forma. Decimos que la estrategia es evolutivamente estable si los individuos no mutantes, sigues siendo más exitosos que los mutantes, en términos biológicos diríamos que los mutantes son seleccionados negativamente, tienen más capacidad de adaptación, o de reproducirse o de obtener alimentos. El lector interesado en esta temática puede remitirse al texto *Evolutionary Game Theory* de J. Weibull. Analizaremos a continuación una forma de llevar este concepto a la teoría económica.

Supongamos que en un momento dado, $t = t_0$ las distribuciones de los trabajadores y firmas

en sus respectivos clubes, sean $x_T(t_0) = (x_{T_C}(t_0), x_{T_{NC}}(t_0))$ y $x_F(t_0) = (x_{F_I}(t_0), x_{F_{NI}}(t_0))$ respectivamente. Si el porcentaje de firmas innovadoras ($x_{F_{NI}}(t_0)$) es menor que el valor umbral, al que denotaremos U_{F_I} . entonces la solución del sistema dinámico anterior, es una trayectoria con vergente al equilibrio de Nash bajo. Esto dice que es mejor ser un trabajador no capacitado que capacitado. Más aun, si el porcentaje de firmas innovadoras no cambia mucho, esto continuará así, es decir la estrategia ser no capacitado continuará siendo preferible a ser capacitado, aun luego de un pequeño incremento en el número de firmas innovadoras. Llamaremos a esta estrategia evolutivamente estable contra el campo. Es decir que si queremos que los trabajadores se transformen en capacitados, debemos asegurar que el número inicial de firmas innovadoras supere el valor umbral.

En definitiva podemos decir que la trampa de pobreza es un equilibrio de Nash ineficiente, que es a la vez un equilibrio del sistema dinámico que representa a las reglas de conducta sociales, y que implica a la vez a una estrategia evolutivamente estable contra el campo.

5 La superación de la trampa de pobreza

La siguiente pregunta es si existe una forma de superar la trampa de pobreza. La respuesta es afirmativa, y es aquí donde deben coincidir las acciones del planificador central que vela por el bienestar de la sociedad y la racionalidad individual que busca maximizar el beneficio propio.

Corresponde al planificador central ubicar a la economía fuera de la cuenca de atracción de la trampa de pobreza. En los trabajos anteriormente citados, se muestra que esto es posible de hacer, por ejemplo bajando los costos de educación, CE , o bien aumentando los premios de los trabajadores calificados que otorgan las firmas innovadoras p_c , o bien incentivando a las firmas no innovadoras a transformarse en innovadoras. A partir de que se sobrepase el valor umbral, la racionalidad individual llevará a la economía por una senda de alto crecimiento.

Nos resta un punto: La dinámica de las firmas. Suponemos que las firmas innovadoras prefieren contratar trabajadores capacitados a no capacitados, mientras que las no innovadoras prefieren los no capacitados a los capacitados. Suponemos que el trabajo capacitado y el no capacitado son ambos insumos de las firmas. Si el insumo trabajo capacitado es limitado, entonces las firmas innovadoras no obtendrán un buen desempeño. Sus beneficios aumentarán en la misma medida en que aumenta el porcentaje de trabajadores capacitados. Este beneficio adicional, llevará a las firmas no innovadoras a preferir ser innovadoras. En definitiva ambas poblaciones son complementarias, Se mueven en el mismo sentido.

6 Conclusiones

La teoría de juegos evolutivos, se convierte en una extensión válida de la teoría de juegos clásica, introduciendo la dinámica y sobre todo la posibilidad de considerar una racionalidad limitada y no la racionalidad infinita propia de la teoría de juegos clásica. Se transforma a su vez en una potente herramienta para analizar la evolución social.

El resultado más importante, desde el punto de vista de la teoría económica del crecimiento, de nuestro trabajo es la constatación de que la sola racionalidad individual es insuficiente para

sacar a un país de una senda de crecimiento bajo, es preciso la acción certera del planificador central que permita a la racionalidad individual transformarse en un motor del crecimiento.

Bibliografía

- Accinelli, E.; London, S.; Punzo, L.; Carrera, E. “Complementarities Efficiency and Nash Equilibria in the Populations of Firms and Workers” *Journal of Economics and Econometrics*. (Fortcoming).
- Accinelli, E.; London, S.; Punzo, L.; Carrera, E. ‘Complementariedades, Dinámicas, Eficiencia y Equilibrio de Nash en un modelo de firmas y trabajadores” *EconoQuantum*, Vol. 6 /1, (2009).
- Accinelli, E.; London,S.; Carrera, E. “A model of imitative behaviour in the population of firms and workeres”. *Quaderni Del Dipartimento di Economia Politica Univerista degli Studi di Siena*. N. 554, (2009).
- Axelrod, R.,Hamilton, W. “The evolution of Cooperation”,*Science*, 221 (4489) 1390-1396, (1981).
- Smith, M.J. ‘The theory of games and the evolution of animal conflicts.” *Journal of Theoretical Bioogy* 47, 209-21, (1974).
- Smith, M.J. and Price, “The logic of animal conflict”. *Nature, London* 246, 15-18,(1972).
- Weibull, W.J. “Evolutionary Game Theory.” *The Mit Press London* (1995).